{पाठ 2} स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता

वैद्युत विभव (V)

अनन्त से धन परीक्षण आवेश (q_0) को वैद्युत क्षेत्र के भीतर किसी बिन्दु तक वैद्युत बल के विरुद्ध ले जाने में किये कार्य (W) और परीक्षण आवेश (q_0) के अनुपात को "वैद्युत विभव" कहते हैं।

$$V = \frac{W}{q_0}$$

$$\text{मात्रक} = \frac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम}} = J/C \text{ या } Volt$$

वैद्युत विभवान्तर

वैद्युत क्षेत्र के भीतर धन परीक्षण आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक वैद्युत बल के विरुद्ध ले जाने में किया कार्य (W) और परीक्षण आवेश (q_0) के परिमाण के अनुपात को उन दोनों बिन्दु के बीच का 'वैद्युत विभवान्तर' कहते हैं।

$$V_A - V_B = \frac{W}{q_0}$$

$$V_B - V_A = \frac{W}{q_0}$$

विशेष नोटः
मात्रक = J/C या $Volt$.
यह एक अदिश राशि है।

महत्वपूर्ण अवधारणाएँ

इलेक्ट्रॉन वोल्ट

- 1 इलेक्ट्रॉन वोल्ट वह (गतिज) ऊर्जा है, जोकि कोई इलेक्ट्रॉन 1 वोल्ट विभवान्तर द्वारा त्वरित होने पर अर्जित करता है।
- 1 इलेक्ट्रॉन वोल्ट = 1.6×10^{-19} जूल
- 1 किलो इलेक्ट्रॉन वोल्ट = 1.6×10^{-16} जूल

सूत्र संग्रह

वैद्युत क्षेत्र के रेखीय समाकल के रूप में वैद्युत विभव (वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव अनन्त से दिए गए बिन्दु तक वैद्युत क्षेत्र के ऋणात्मक रेखीय समाकल के बराबर होता है).

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव:

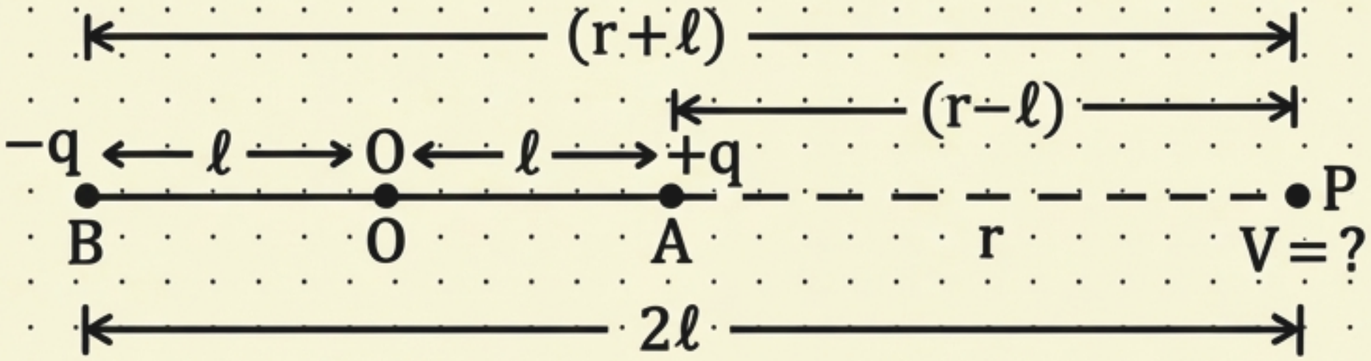
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \text{ वोल्ट}$$

बिन्दु आवेशों के समूह के कारण वैद्युत विभव (यदि कोई बिन्दु $+q_1$, , $+q_2$, $-q_3$ तथा $-q_4$ कूलॉम के बिन्दु आवेशों से क्रमशः r_1, r_2, r_3 तथा r_4 मीटर दूरी पर हों):

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3} - \frac{q_4}{r_4}\right] \text{ वोल्ट}$$

वैद्युत द्विध्रुव के कारण वैद्युत विभव (Important)

किसी वैद्युत द्विध्रुव की अक्षीय अथवा अनुदैर्ध्य स्थिति में वैद्युत विभव



+q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{+q}{r-\ell}\right)$$

−q आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव:

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{r+\ell}\right)$$

बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत विभव:

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{+q}{r-\ell}\right) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{r+\ell}\right)$$

अक्षीय स्थिति (समापन)

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r-\ell} - \frac{1}{r+\ell}\right]$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(r+\ell)-(r-\ell)}{r^2-\ell^2}\right]$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2\ell}{r^2-\ell^2}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q\cdot 2\ell}{r^2-\ell^2}\right]$$

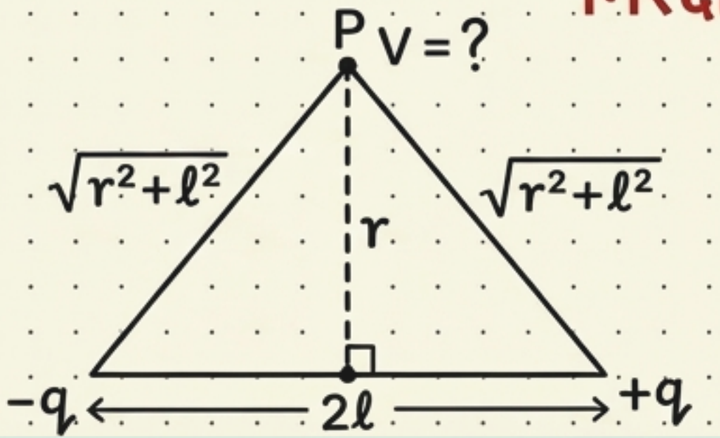
$\because r \gg \ell \quad \therefore r^2 \gg \ell^2$ (ℓ^2 को नगण्य मानने पर)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q\cdot 2\ell}{r^2}\right]$$

$\because q\cdot 2\ell = p$ (वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{p}{r^2}\right) \text{ Volt}$$

निरक्षीय अथवा अनुप्रस्थ स्थिति में वैद्युत विभव



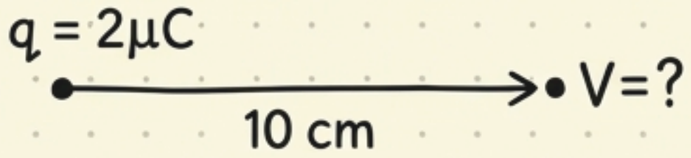
$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{r^2+\ell^2}}\right), \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{\sqrt{r^2+\ell^2}}\right)$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = 0$$

प्रश्न 1

2.0 माइक्रोकूलॉम के बिन्दु आवेश से 10 सेमी की दूरी पर वैद्युत विभव की गणना कीजिए।



Given : $q = 2.0\ \mu C = 2 \times 10^{-6}\ C$

$r = 10\ cm = 10 \times 10^{-2}\ m$

We know that $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}\right)$ $\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\right)$

$$V = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-2}}$$

$$V = 18 \times 10^{10} \times 10^{-6}$$

$$\boxed{V = 18 \times 10^4\ \text{Volt}}$$

प्रश्न 2

5.0 μC (माइक्रोकूलॉम) के बिन्दु आवेश से 15 cm की दूरी पर वैद्युत विभव की गणना कीजिए।

Given : $q = 5.0\ \mu C = 5 \times 10^{-6}\ C$

$r = 15\ cm = 15 \times 10^{-2}\ m$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}\right)$$

$$V = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{15 \times 10^{-2}}$$

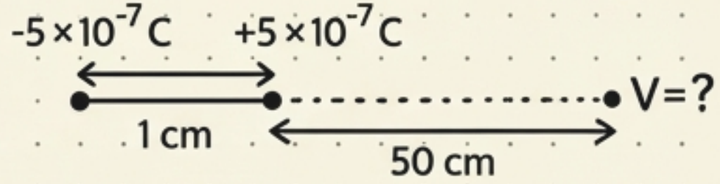
$$V = \frac{45}{15} \times 10^9 \times 10^{-6} \times 10^2$$

$$V = 3 \times 10^{11} \times 10^{-6}$$

$$V = 3 \times 10^5\ \text{Volt}$$

प्रश्न 4 - अक्षीय स्थिति

$+5.0 \times 10^{-7}$ कूलॉम तथा -5.0×10^{-7} कूलॉम के दो बिन्दु आवेशों के बीच की दूरी 1.0 cm है। इस आवेश से बने वैद्युत द्विध्रुव की अक्ष पर केन्द्र से 50 cm की दूरी पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत विभव की गणना कीजिए।



Given : $q = 5\times10^{-7}\,C,\ 2\ell = 1.0\,cm = 1\times10^{-2}\,m,\ r = 50\,cm = 50\times10^{-2}\,m = 5\times10^{-1}\,m$

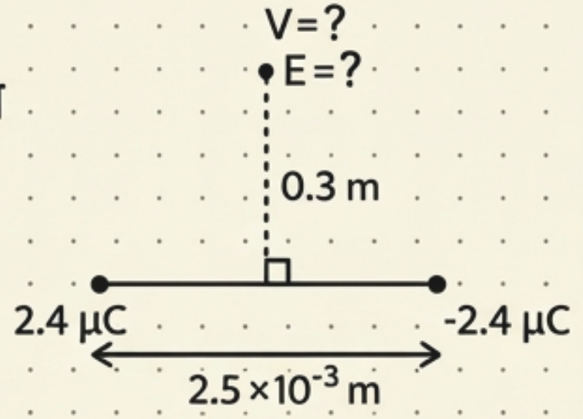
$$p = q\cdot 2\ell = 5\times10^{-7}\times1\times10^{-2} = 5\times10^{-9}\ C\text{-}m$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{p}{r^2}\right) = \frac{9\times10^{9}\times5\times10^{-9}}{(5\times10^{-1})^2},\quad V = \frac{45}{25\times10^{-2}} = \frac{9}{5}\times10^{2} = \frac{900}{5}$$

V = 180 volt

प्रश्न 5 - निरक्षीय स्थिति

दो बिन्दु आवेश 2.4 μC तथा -2.4 μC एक-दूसरे से 2.5×10^{-3} m अल्प दूरी पर स्थित हैं। वैद्युत द्विध्रुव से 0.3 मीटर की दूरी पर निरक्षीय स्थिति में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता एवं वैद्युत विभव ज्ञात करें।



Given : $q = 2.4\times10^{-6}\,C,\ 2\ell = 2.5\times10^{-3}\,m,\ r = 0.3\,m = 3\times10^{-1}\,m$

$$p = q\cdot 2\ell = 2.4\times10^{-6}\times2.5\times10^{-3} = 6\times10^{-9}\ C\text{-}m$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{p}{r^3}\right) = \frac{9\times10^{9}\times6\times10^{-9}}{(3\times10^{-1})^3}$$

$$E = \frac{54}{27\times10^{-3}} = 2\times10^{3}\times10^{1} = 2\times10^{4}\ N/C$$

$E = 2\times10^4$ N/C

V = 0 (निरक्षीय स्थिति में)

सम विभव पृष्ठ (Equipotential Surface)

- किसी वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह पृष्ठ जिस पर स्थित सभी बिन्दुओं पर वैद्युत विभव बराबर हो, सम विभव पृष्ठ कहलाता है।
- सम विभव पृष्ठ के अनुदिश किसी आवेश को विस्थापित करने में किया गया कार्य शून्य होता है।
- वैद्युत क्षेत्र तथा वैद्युत बल रेखाएँ सम विभव पृष्ठ के लम्बवत् होते हैं। E की दिशा वही होती है, जिस दिशा में वैद्युत विभव घटता है।

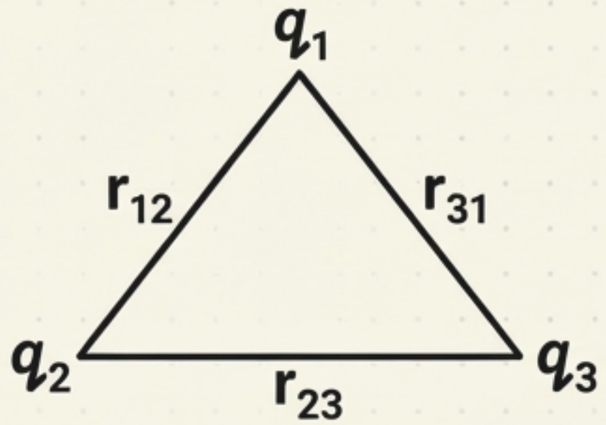
नोट: किसी चालक के भीतर तथा उसके पृष्ठ पर वैद्युत विभव प्रत्येक बिन्दु पर नियत रहता है। चालक के अन्दर वैद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (Electric Potential Energy)

- आवेशों के किसी निकाय में संचित स्थितिज ऊर्जा, आवेशों को उनकी स्थितियों पर लाकर एकत्र करने में किए गए कार्य के समान होती है।
- यदि दो आवेशों q_1 तथा q_2 के बीच की दूरी r हो, तो निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$ (यह एक अदिश राशि है)।
- किसी बाह्य विभव V में आवेश की स्थितिज ऊर्जा qV होती है।
- एक सम वैद्युत क्षेत्र E में किसी द्विध्रुव p की स्थितिज ऊर्जा $-\vec{p}\cdot\vec{E}$ होती है।

दो से अधिक बिन्दु आवेशों से बने निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (M. Imp)

दो से अधिक बिन्दु आवेशों से बने निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (U) प्रत्येक आवेश युग्म की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा के बीजगणितीय योग के बराबर होती है।

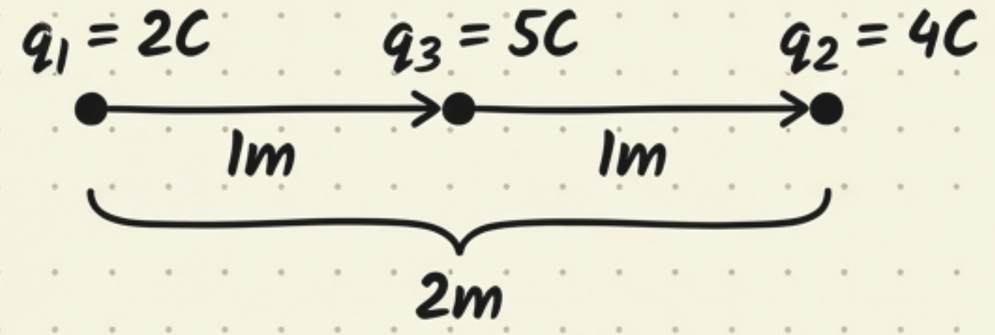


$$U = U_{12} + U_{23} + U_{31}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3q_1}{r_{31}}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{q_3q_1}{r_{31}}\right]$$

सम्पूर्ण निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (अभ्यास प्रश्न)



Given:

$q_1 = 2C$

$q_3 = 5C$

$q_2 = 4C$

$r_{13} = 1m$

$r_{32} = 1m$

$r_{21} = 2m$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_3q_2}{r_{32}} + \frac{q_2q_1}{r_{21}}\right]$$

$$U = 9\times10^9\left[\frac{2\times5}{1} + \frac{5\times4}{1} + \frac{4\times2}{2}\right]$$

$$U = 9\times10^9\,[10+20+4]$$

$$U = 9\times10^9\times34$$

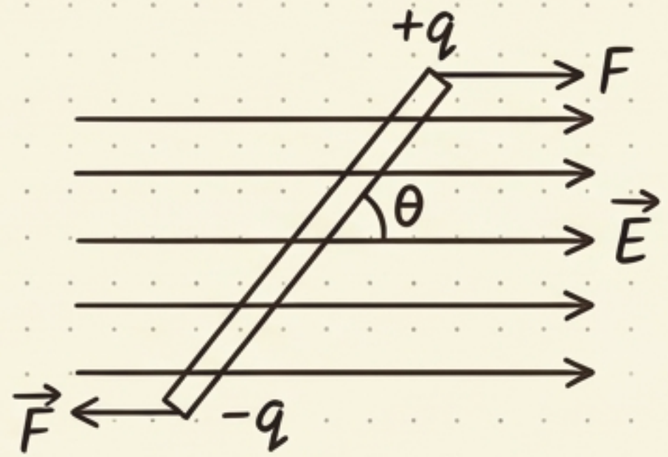
$$U = 306\times10^9$$

$$\boxed{U = 3.06\times10^{11}\text{ जूल}}$$

वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य

एकसमान वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव पर लगने वाला बल-युग्म का आघूर्ण:

$$\tau = pE\sin\theta \quad \text{—(I)}$$



वैद्युत द्विध्रुव को $d\theta$ कोण घुमाने में किया गया कार्य:

$$dW = \tau\, d\theta \Rightarrow dW = pE\sin\theta\, d\theta$$

वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव को θ_1 से θ_2 तक घुमाने में किया गया कार्य:

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dW = \int_{\theta_1}^{\theta_2} pE\sin\theta\, d\theta = pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\, d\theta$$

$$W = pE\,[-\cos\theta]\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = -pE\,[\cos\theta_2 - \cos\theta_1]$$

$$W = pE\,(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

मानलो वैद्युत द्विध्रुव क्षेत्र की दिशा से संरेखित है (अर्थात $\theta_1 = 0$), तब वैद्युत द्विध्रुव को क्षेत्र की दिशा से किसी कोण $\theta_2 = \theta$ तक घुमाने में किया गया कार्य:

$$W = pE\,(\cos 0 - \cos\theta) \Rightarrow W = pE\,(1 - \cos\theta)$$

घुमाने में किया गया कार्य - विशेष स्थितियाँ

लम्बवत् स्थिति (Case i)

वैद्युत द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र की दिशा से लम्बवत् स्थिति तक घुमाने में किया गया कार्य ($\theta = 90°$)

$$W = pE(1 - \cos 90°)$$

$$W = pE(1 - 0)$$

$$W = pE$$

विपरीत स्थिति (Case ii)

वैद्युत द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र की दिशा से $180°$ तक घुमाने में किया गया कार्य ($\theta = 180°$)

$$W = pE(1 - \cos 180°)$$

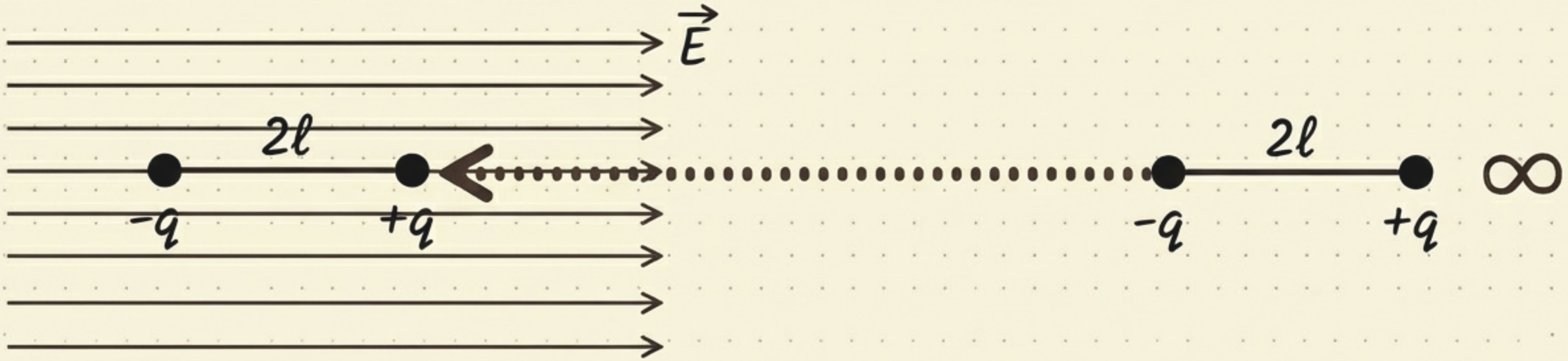
$$W = pE(1 - (-1))$$

$$W = pE(1 + 1)$$

$$W = 2pE$$

वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा

वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा द्विध्रुव को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र के भीतर लाने में किये गये कार्य के बराबर होती है।



वैद्युत द्विध्रुव को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र के भीतर लाने में किया गया कार्य

$$W = \text{बल} \times \text{विस्थापन}$$

$$W = -(qE) \times 2\ell$$

$$W = -(q \cdot 2\ell)\, E$$

$$W = -pE$$

परावैद्युत पदार्थ (Dielectric Materials)

ऐसे पदार्थ जिनमें वैद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती लेकिन बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखे जाने पर वैद्युत प्रभाव उत्पन्न करते हैं, परावैद्युत पदार्थ कहलाते हैं।

उदाहरण: HCl, N_2, O_2 आदि।

ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ (Polar)

ऐसे परावैद्युत पदार्थ जिनके अणु द्विध्रुव की तरह व्यवहार करते हैं, ध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहलाते हैं।

उदाहरण: H_2O, HCl आदि।

अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ (Non-Polar)

ऐसे पदार्थ जिनके अणु द्विध्रुव की तरह व्यवहार नहीं करते हैं, अध्रुवीय परावैद्युत पदार्थ कहलाते हैं।

उदाहरण: N_2, O_2, H_2 आदि।

वैद्युत धारिता (Electric Capacitance)

धारिता → धारण करने की क्षमता

वैद्युत धारिता → आवेश को धारण करने की क्षमता

चालक की वैद्युत धारिता → चालक के द्वारा आवेश को धारण करने की क्षमता चालक की वैद्युत धारिता कहलाती है।

चालक को आवेश देने से उसके विभव में वृद्धि हो जाती है। चालक को दिया गया आवेश उसके विभव में वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$q \propto V$$

$$q = CV$$

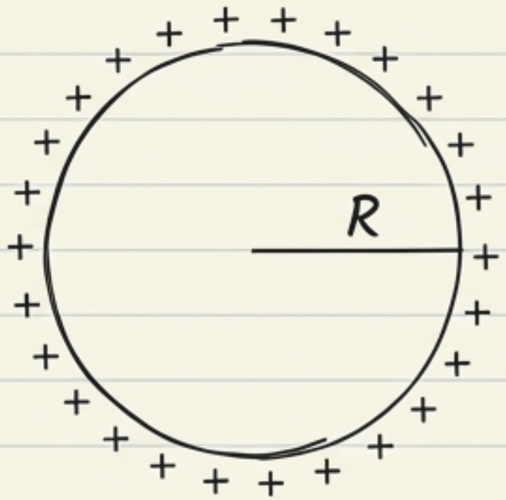
अतः C एक अनुक्रमानुपाती नियतांक है जिसे चालक की वैद्युत धारिता कहते हैं।

$$C = \frac{q}{V}$$

चालक की वैद्युत धारिता चालक को दिये गये आवेश (q) और उसके विभव (V) में वृद्धि के अनुपात के बराबर होती है।

मात्रक = फैरड (Farad) या CV^{-1}

विलगित गोलीय चालक की वैद्युत धारिता



माना एक विलगित गोलीय चालक जिसकी त्रिज्या R है। चालक को q आवेश देने पर आवेश उसके पृष्ठ पर एकसमान रूप से वितरित हो जाता है।

चालक के पृष्ठ पर विभव: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{R}$

↓

चालक की वैद्युत धारिता: $C = \frac{q}{V}$

↓

$$C = \frac{q}{\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{R}\right]}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \text{ (फैरेड)}$$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \frac{N\text{-}m^2}{C^2}$

$4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{9\times10^9} \frac{C^2}{N\text{-}m^2}$

यदि विलगित गोलीय चालक वायु या निर्वात के स्थान पर किसी परावैद्युत माध्यम में रखा हो:

$C = 4\pi\varepsilon_0 K R$ (जहाँ K = माध्यम का परावैद्युतांक)

आंकिक प्रश्न: गोलीय चालक

प्रश्न 1: किसी चालक को $100\ \mu C$ आवेश देने पर उसके विभव में 50 volt की वृद्धि होती है। चालक की धारिता ज्ञात कीजिए।

Given: $q = 100\ \mu C = 100 \times 10^{-6}\ C = 10^{-4}\ C$

$V = 50$ volt

Formula: $C = \frac{q}{V}$

Solution: $C = \frac{10^{-4}}{50} = \frac{100 \times 10^{-6}}{50}$

$C = 2 \times 10^{-6}\ F$

$C = 2\ \mu F$

प्रश्न 2: 9.0 cm त्रिज्या के गोलीय चालक की धारिता ज्ञात कीजिए। 1000 वोल्ट का विभव दे सकने वाले आवेश की भी गणना कीजिए।

Given: $R = 9$ cm $= 9 \times 10^{-2}$ m

$V = 1000$ volt

Formula: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Solution: $C = \frac{1}{9 \times 10^9} \times 9 \times 10^{-2} = 10 \times 10^{-12}\ F$ (फैरड → फैरड (Pf))

$C = 10$ pF (पिकोफैरेड)

$q = CV = 10^{-11} \times 10^3 = 10^{-8}\ C$

आवेशित चालक की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा

चालक को आवेशित करने में किया गया कार्य चालक की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहलाती है। (U = W)

चालक को q आवेश देने से चालक का विभव 0 से V हो जाता है।

$$\text{औसत विभव} = \frac{0 + V}{2} = \frac{V}{2}$$

$$W = \text{औसत विभव} \times \text{आवेश}$$

$$W = \frac{V}{2} \times q$$

$$W = \frac{1}{2} qV$$

चूँकि $q = CV$ तथा $V = \frac{q}{C}$

$$U = \frac{1}{2} qV$$

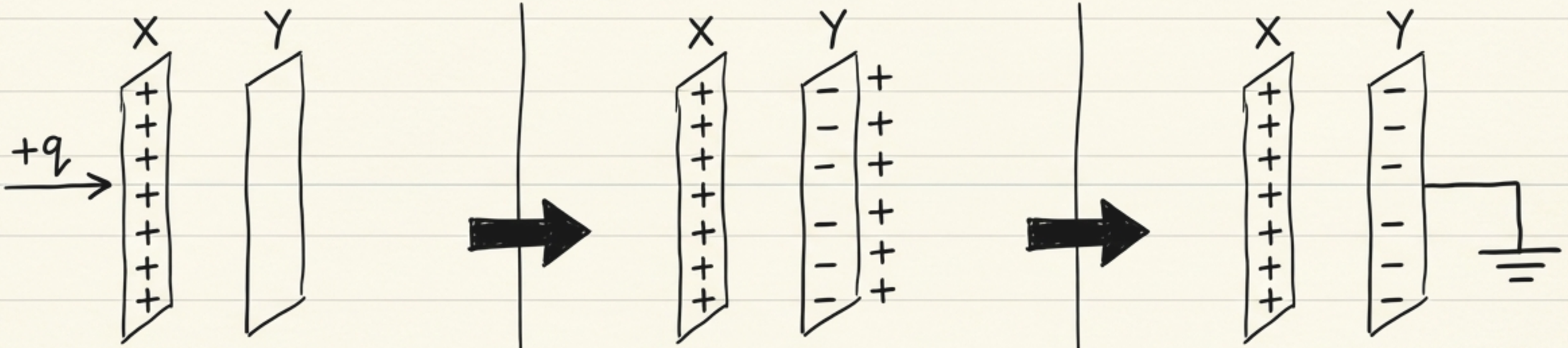
$$U = \frac{1}{2} qV$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2}{C}\right)$$

संधारित्र और उसका सिद्धान्त

संधारित्र एक ऐसी युक्ति है जिसके आकार में वृद्धि किए बिना पर्याप्त मात्रा में आवेश संचित किया जा सकता है।



माना दो समान्तर प्लेटें X व Y हैं। X प्लेट को धनावेशित किया जाता है। X प्लेट के निकट Y अनावेशित प्लेट को लाते हैं।

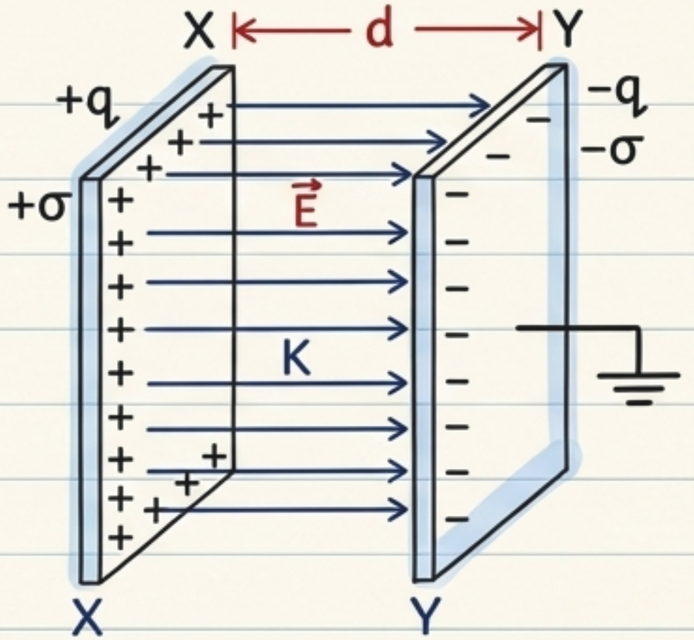
X प्लेट का धनावेश Y प्लेट के ऋणावेश को आकर्षित व धनावेश को प्रतिकर्षित करता है।

Y प्लेट को भू-सम्पर्कित करने पर बाहरी सतह का धनावेश पृथ्वी में चला जाता है। जिससे विभव कम हो जाता है तथा धारिता बढ़ जाती है।

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता

$C = \frac{q}{V}$ — आवेश / विभवान्तर

संधारित्र की धारिता प्लेटों पर आवेश (q) तथा प्लेटों के बीच विभवान्तर (V) के अनुपात के बराबर होती है।



Step 1 : दोनों प्लेटों के बीच उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र: $E = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0}$

Step 2 : विभवान्तर $V = E \times d \rightarrow V = \frac{\sigma d}{K\varepsilon_0}$

चूँकि $\sigma = \frac{q}{A}$, अतः $V = \frac{qd}{KA\varepsilon_0}$

Step 3 : संधारित्र की धारिता $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\left[\frac{qd}{KA\varepsilon_0}\right]} \Rightarrow \boxed{C = \frac{KA\varepsilon_0}{d}}$

☆ यदि दोनों प्लेटों के बीच वायु या निर्वात हो तब K=1 → $C = \frac{A\varepsilon_0}{d}$

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता को प्रभावित करने वाले कारक

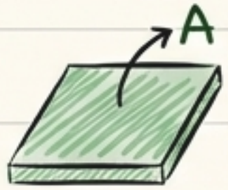
$$C = \frac{K A \varepsilon_0}{d}$$

$C \propto K$



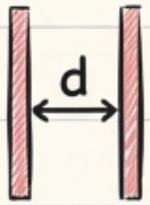
धारिता दोनों प्लेटों के बीच के माध्यम के परावैद्युतांक (K) के अनुक्रमानुपाती होती है।

$C \propto A$



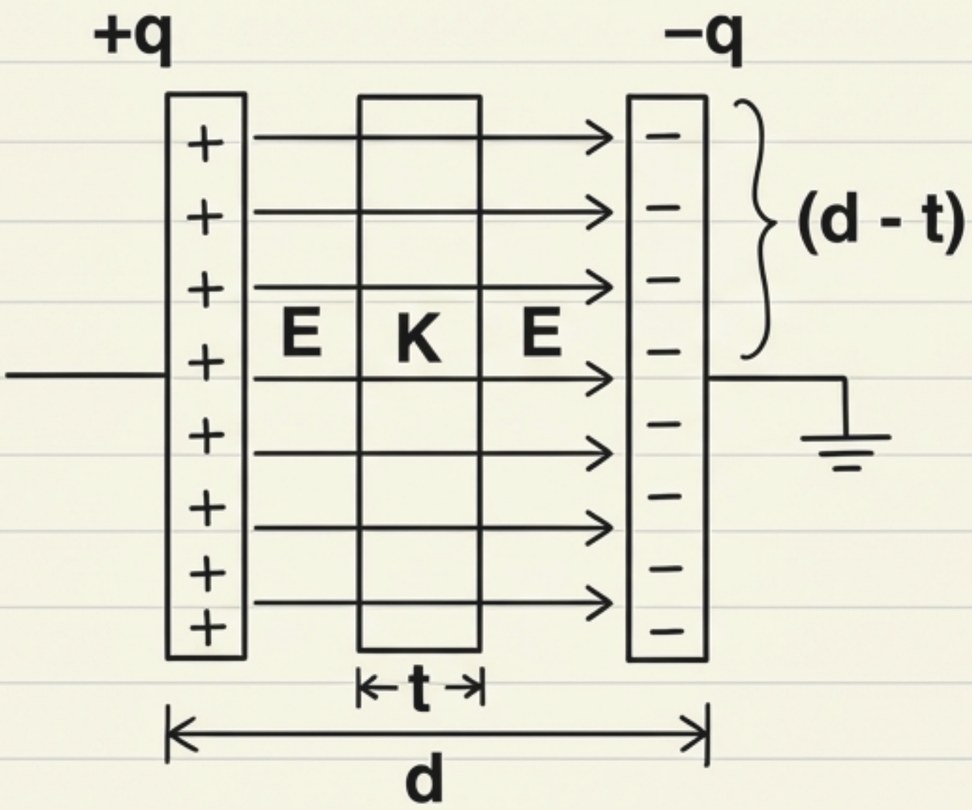
धारिता प्लेटों के क्षेत्रफल (A) के अनुक्रमानुपाती होती है।

$C \propto \frac{1}{d}$



धारिता प्लेटों के बीच की दूरी (d) के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

आंशिक परावैद्युत युक्त समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता



1. परावैद्युत क्षेत्र में वैद्युत क्षेत्र: $E_1 = \frac{q}{KA\varepsilon_0}$

2. वायु क्षेत्र में वैद्युत क्षेत्र: $E_2 = \frac{q}{A\varepsilon_0}$

3. कुल विभवान्तर: $V = E_1 t + E_2(d - t)$

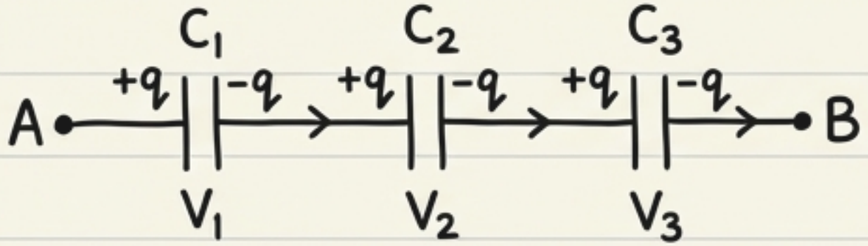
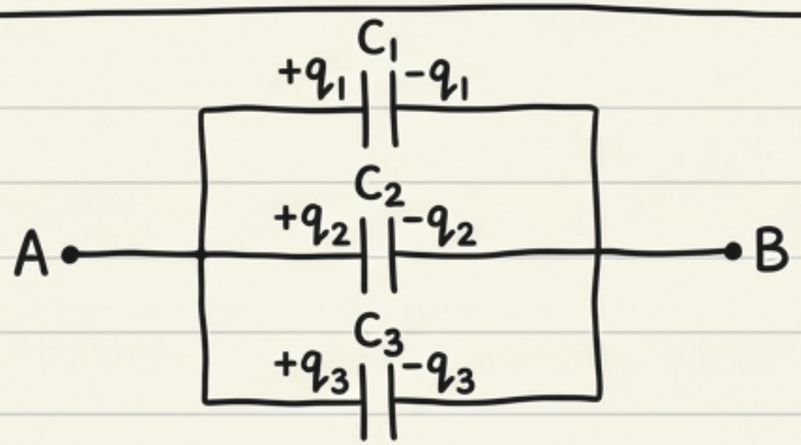
4. $V = \left[\frac{q\,t}{KA\varepsilon_0}\right] + \left[\frac{q\,(d - t)}{A\varepsilon_0}\right]$

5. $V = \frac{q}{A\varepsilon_0}\left[\frac{t}{K} + (d - t)\right]$

6. धारिता $C = \frac{q}{V}$

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{\left[(d - t) + \frac{t}{K}\right]}$$

संधारित्रों का संयोजन

संयोजन के प्रकार	परिपथ	तुल्य धारिता सूत्र
श्रेणी संयोजन		$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$ विशेष: यदि संधारित्रों की संख्या n हों, तो $C = \frac{C_1}{n}$
समान्तर संयोजन		$C = C_1 + C_2 + C_3$ विशेष: यदि संधारित्रों की संख्या n हों, तो $C = n \times C_1$

आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा के विशेष रूप

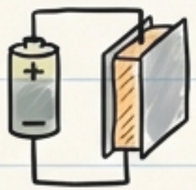
$$W = U = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2}{C}\right) = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV \text{ जूल}$$

विशेष

यदि बैटरी के जुड़े रहने पर **K परावैद्युतांक** वाले पदार्थ को प्लेटों के बीच पूर्णतः भर दिया जाए...

... तब संधारित्र में संचित वैद्युत स्थितिज ऊर्जा अपने प्रारम्भिक मान का **K गुना** हो जाती है।

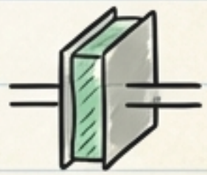
अर्थात्: $U = K U_0$ → ऊर्जा बढ़ती है



यदि बैटरी को हटा कर प्लेटों के बीच **K परावैद्युतांक** वाले पदार्थ को पूर्णतः भर दिया जाए...

... तब संधारित्र में संचित वैद्युत स्थितिज ऊर्जा अपने प्रारम्भिक मान का $\frac{1}{K}$ गुना हो जाती है।

अर्थात्: $U = \frac{U_0}{K}$ → ऊर्जा घटती है



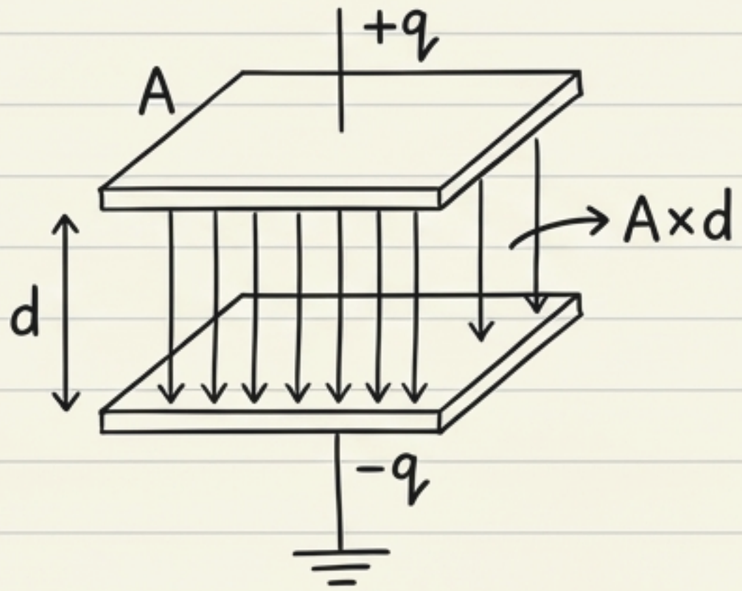
V-IMP

समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच ऊर्जा घनत्व

समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच प्रति एकांक आयतन में संचित वैद्युत स्थितिज ऊर्जा को ऊर्जा घनत्व कहते हैं। इसे u से प्रदर्शित करते हैं।

$u = \frac{U}{V}$ → U : संचित ऊर्जा, V : प्लेटों के बीच का आयतन

$$u = \frac{U}{Ad} \quad \text{--- समीकरण (1)}$$



चूँकि $U = \frac{1}{2}CV^2$

और $C = \frac{KA\varepsilon_0}{d}$

अतः $U = \frac{1}{2}\left[\frac{KA\varepsilon_0}{d}\right]V^2$

समीकरण (1) में U का मान रखने पर :

$$u = \frac{\frac{1}{2}\left[\frac{KA\varepsilon_0}{d}\right]V^2}{Ad}$$

$$u = \frac{1}{2}K\varepsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2 \leftarrow \left\{E = \frac{V}{d}\right\}$$

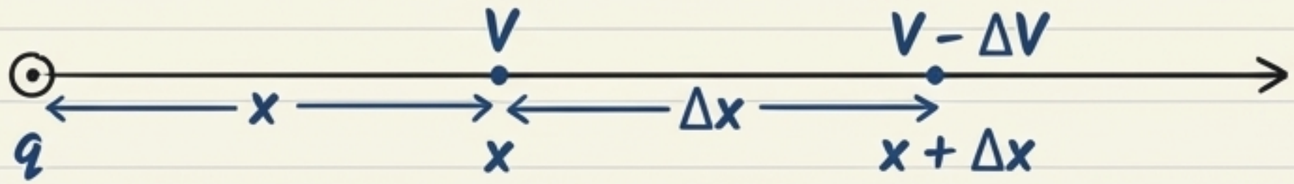
$$u = \frac{1}{2}K\varepsilon_0 E^2$$

यदि दोनों प्लेटों के बीच वायु या निर्वात हो तब $(K=1) \rightarrow u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \left(\frac{J}{\quad}\right)$

बोर्ड के महत्वपूर्ण प्रश्न

विभव प्रवणता और वैद्युत क्षेत्र

परिभाषा: वैद्युत क्षेत्र की दिशा में दूरी के सापेक्ष विभव में परिवर्तन की दर को 'विभव प्रवणता' कहते हैं।



$$\text{विभव प्रवणता} = \frac{\text{विभव में परिवर्तन}}{\text{दूरी में परिवर्तन}} = \frac{-\Delta V}{\Delta x}$$

आवेश q_0 पर लगने वाला बल $F = q_0 E$

q_0 आवेश को Δx दूरी तक लाने में किया गया कार्य $\Delta W = -F\,\Delta x = -q_0 E\,\Delta x$

$$\frac{\Delta W}{q_0} = -E\,\Delta x$$

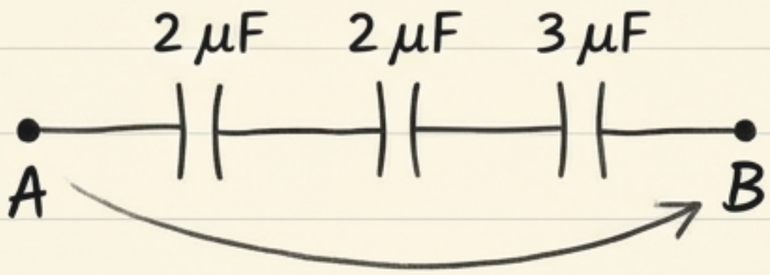
चूँकि $\frac{\Delta W}{q_0} = \Delta V$

अतः $\Delta V = -E\,\Delta x$

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

Note: एक समान वैद्युत क्षेत्र E में वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण p वाले द्विध्रुव को 90° घुमाने में कुल कार्य = PE (2018)

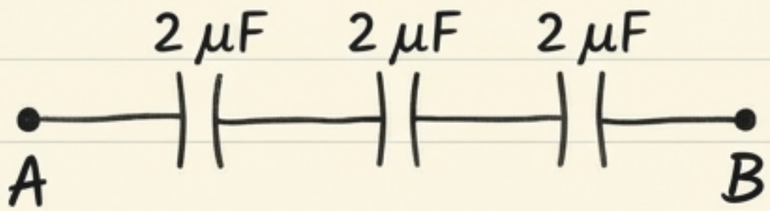
बोर्ड के महत्वपूर्ण प्रश्न - भाग 1



प्रश्न: बिन्दु A व B के बीच तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए।

Sol: $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$, $\frac{1}{C_e} = \frac{3+3+2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \rightarrow$ $C_e = \frac{3}{4}\mu F$ Ans.



प्रश्न: बिन्दु A व B के बीच तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए।

Sol: $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{C_e} = \frac{3}{2}$

$C_e = \frac{2}{3}\mu F$ Ans.

बोर्ड के महत्वपूर्ण प्रश्न - भाग 2

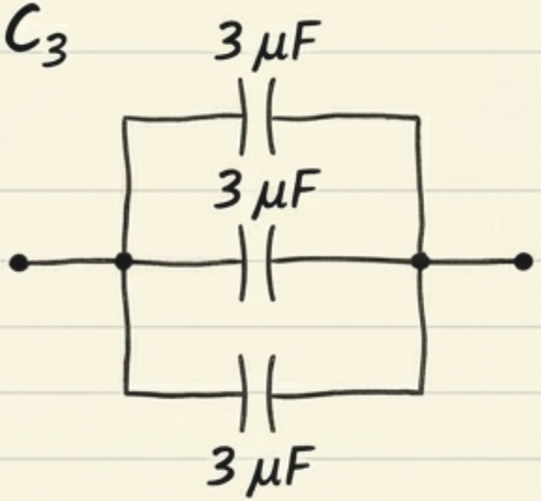
प्रश्न: प्रत्येक 3 μF धारिता वाले तीन संधारित्रों को किस प्रकार जोड़ा जाए, कि उनकी तुल्य धारिता (i) 9 μF (ii) 4.5 μF हो? प्रत्येक का परिपथ आरेख भी खींचिए। (2010)

हल (i) संधारित्रों को समान्तर क्रम में जोड़ने पर तुल्य धारिता अधिकतम होगी।

$$\therefore C = C_1 + C_2 + C_3$$

$$= 3 + 3 + 3$$

$$= 9\ \mu F$$



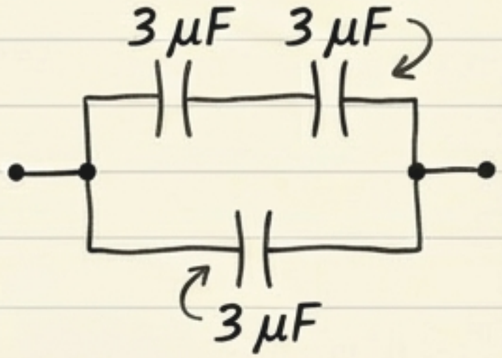
हल (ii) तुल्य धारिता 4.5 μF अधिकतम व न्यूनतम के बीच है। अतः दो संधारित्र श्रेणीक्रम में तथा तीसरा इनके समान्तर तर क्रम में जुड़ेगा।

श्रेणीक्रम भाग: $\frac{1}{C'} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow C' = 1.5\ \mu F$

$$= \frac{1}{C'} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

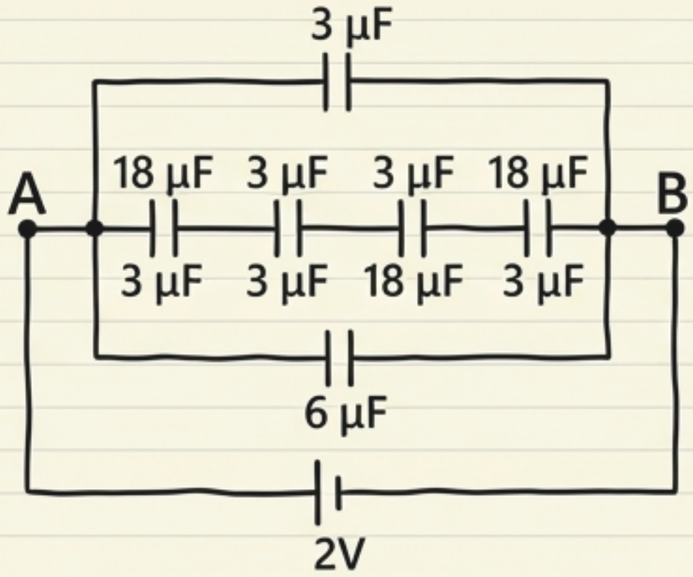
समान्तर क्रम भाग:

$$C = 1.5 + 3 = 4.5\ \mu F$$



जटिल परिपथ और व्हीटस्टोन सेतु

11.



1. 3μF, 3μF, 3μF समान्तर क्रम में → 9μF
2. 18μF, 9μF, 18μF श्रेणीक्रम में → $\frac{1}{C'} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$ → $C' = 3\mu F$
3. 6μF, 6μF समान्तर क्रम में → 12μF
4. 12μF तथा 4μF श्रेणीक्रम में →

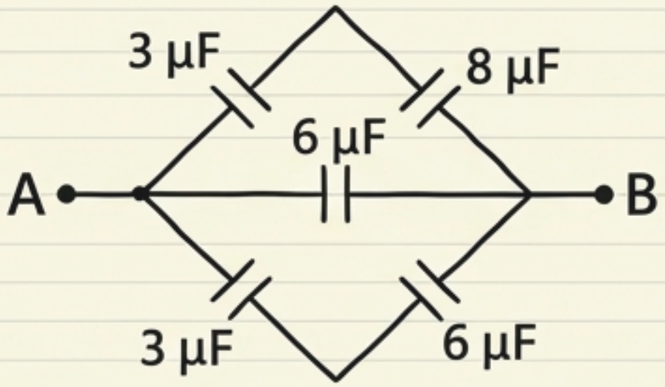
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} \rightarrow C = 3\mu F$$

A व B के बीच तुल्य धारिता = 3 μF

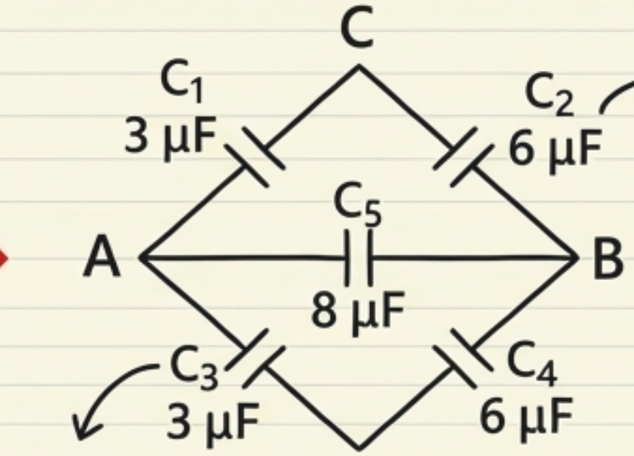
आवेश $q = CV = 3 \times 2 = 6\mu C$

विभवान्तर $V = \frac{q}{C} = \frac{6}{4} = 1.5$ वॉल्ट

12.



परिपथ एक व्हीटस्टोन सेतु है →



संतुलन

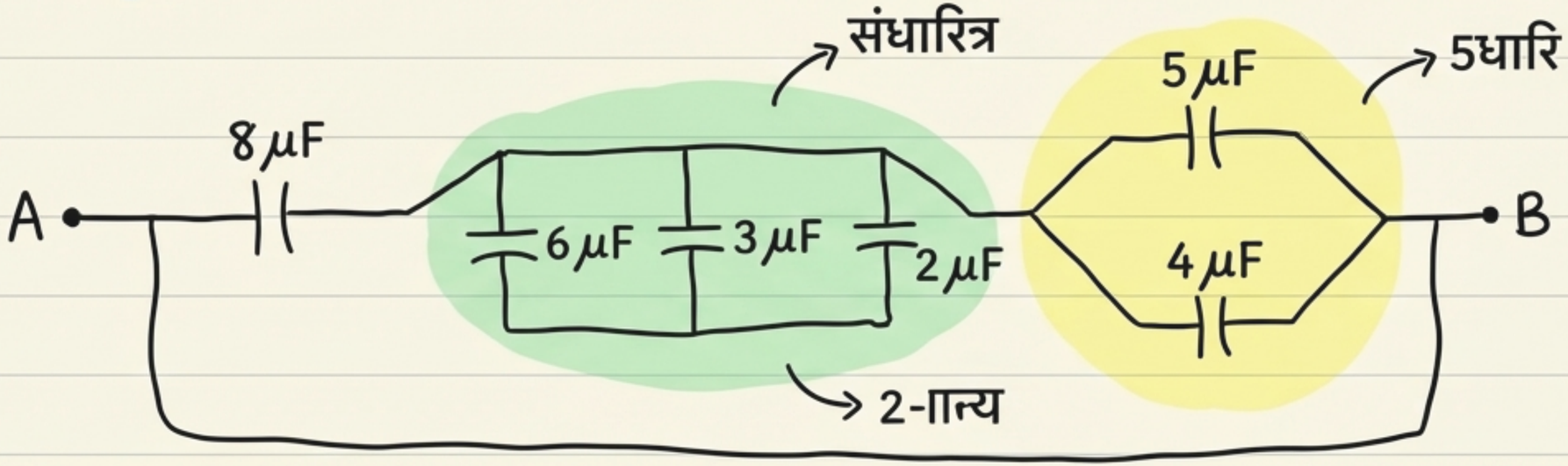
अतः $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$

सेतु संतुलन अवस्था में है,

मध्य संधारित्र C_5 (8μF) प्रभावहीन होगा।

अंतिम जटिल परिपथ

प्रश्न 13: बिन्दुओं A तथा B के बीच तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए। (2017)



Step 1 (Yellow cluster) : संधारित्र $5\mu F$ व $4\mu F$ परस्पर समान्तर क्रम में हैं। $C = 5 + 4 = 9\ \mu F.$

Step 2 (Green cluster) : संधारित्र $6\mu F$, $3\mu F$ व $2\mu F$ परस्पर समान्तर क्रम में हैं। $C' = 6+3+2 = 11\ \mu F.$

Step 3 : अब $8\mu F$, $9\mu F$ तथा $11\mu F$ परस्पर श्रेणीक्रम में हैं। $$\frac{1}{C''} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} = \frac{99+88+72}{792} = \frac{259}{792}$$

A व B के बीच तुल्य धारिता $C'' = \frac{792}{259}\ \mu F$ ✓