chapter 3
Electric current

वैद्युत धारा (Electric Current)

आवेश के प्रवाह की दर को वैद्युत धारा कहते हैं। यह एक अदिश राशि है।

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$$

- जहाँ, n = इलेक्ट्रॉनों की संख्या।
- मात्रक : कूलॉम प्रति सेकण्ड या ऐम्पियर।

1 ऐम्पियर = 6.25×10^{18} इलेक्ट्रॉन/सेकण्ड

अपवहन या अनुगमन वेग (Drift Velocity)

वह वेग, जिसके द्वारा चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉन बाह्य वैद्युत क्षेत्र के प्रभाव में धन सिरे की ओर आगे बढ़ते हैं।

$$v_d = \frac{e V \tau}{m \ell}$$

- ℓ = चालक की लम्बाई
- V = विभवान्तर
- τ = श्रांतिकाल
- τ = श्रांतिकाल
- e = इलेक्ट्रॉन का आवेश
- m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान

$$I = n e A v_d$$

- A = अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल
- v_d = अनुगमन वेग
- n = प्रति एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या

* धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की अनियमित चाल 10^5 मी/से की परास की होती है, किन्तु बाह्य क्षेत्र के बिना माध्य चाल शून्य होती है।

धारा घनत्व (Current Density)

चालक के एकांक क्षेत्रफल से प्रवाहित वैद्युत धारा को **धारा घनत्व (J)** कहते हैं।

$$J = \frac{I}{A}$$

मात्रक: ऐम्पियर/मीटर^2

A = अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल, I = धारा

धारा घनत्व तथा अनुगमन वेग में सम्बन्ध

$$J = n e v_d$$

n = मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व, v_d = अनुगमन वेग,
e = इलेक्ट्रॉन का आवेश

गतिशीलता (Mobility)

किसी आवेश वाहक की गतिशीलता वह अपवाह वेग है, जो उसके द्वारा एकांक वैद्युत क्षेत्र में प्राप्त ग्त किया जाता है। इसे μ से प्रदर्शित करते हैं।

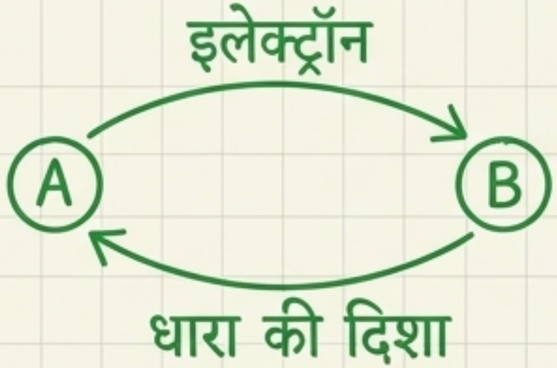
$$\mu = \frac{v_d}{E}$$

मात्रक: मीटर^2/वोल्ट-सेकण्ड

गतिशीलता सदैव धनात्मक राशि होती है तथा यह आवेश वाहक की प्रकृति पर निर्भर करती है।

आंकिक प्रश्न (Numerical Problems)

Q1. बिन्दु A से B की ओर 10^9 इलेक्ट्रॉन, 10^{-3} सेकण्ड में प्रवाहित होते हैं। वैद्युत धारा का मान एवं दिशा बताइये।



$$I = \frac{q}{t}$$

$$I = \frac{ne}{t}$$

$$I = \frac{10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}}{10^{-3}}$$

$$I = 1.6 \times 10^{-7}\ A$$

धारा की दिशा = B से A की ओर

Q2. तांबे के एक तार की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $1 \times 10^{-7}\ m^2$ है। इसमें 3.6 A की धारा बह रही है। धारा घनत्व (J) ज्ञात कीजिए।

दिया है (Given)

- $I = 3.6\ A$
- $A = 1 \times 10^{-7}\ m^2$
- $J = ?$

$$J = \frac{I}{A}$$

$$J = \frac{3.6}{1 \times 10^{-7}}$$

$$J = 3.6 \times 10^7\ A/m^2$$

Q3. एक इलेक्ट्रॉन पुंज का परिच्छेद क्षेत्रफल $10\ mm^2$ है। किसी परिच्छेद के लम्बवत् प्रति सेकण्ड 6.0×10^{16} इलेक्ट्रॉन गुजरते हैं। ज्ञात कीजिए: (i) वैद्युत धारा (ii) धारा घनत्व

दिया है (Given)

$A = 10\ mm^2 = 10 \times 10^{-6}\ m^2 = 10^{-5}\ m^2$

$t = 1$ सेकण्ड

$n = 6 \times 10^{16}$

(i) वैद्युत धारा

$$I = \frac{q}{t} = \frac{n e}{t}$$

$$I = \frac{6 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1}$$

$$I = 9.6 \times 10^{-3}\ A$$

$$I = 9.6\ mA$$

(ii) धारा घनत्व

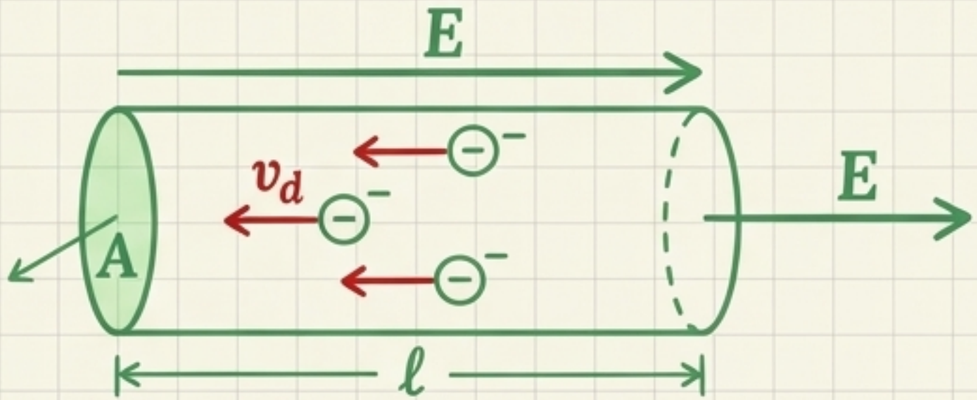
$$J = \frac{I}{A}$$

$$J = \frac{9.6 \times 10^{-3}}{10^{-5}}$$

$$J = 9.6 \times 10^{-3} \times 10^{5}$$

$$J = 9.6 \times 10^{2}\ A/m^2$$

✳ वैद्युत धारा और अनुगमन वेग में संबंध ✳



माना चालक की लम्बाई = ℓ

चालक के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल = A

एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या = n

चालक का आयतन = $A\ell$

↳ सम्पूर्ण आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या $N = nA\ell$

↳ आवेश $q = Ne \Rightarrow q = nA\ell e$ ⇨ चालक में प्रवाहित होने वाली धारा $I = \frac{q}{t}$

$$I = \frac{nA\ell e}{t} \quad \left\{\because t = \frac{\ell}{v_d}\right\}$$

$$I = \frac{nA\ell e}{\frac{\ell}{v_d}}$$

$$\boxed{I = neAv_d}$$

↳ यह वैद्युत धारा और अनुगमन वेग के बीच का संबंध है।

धारा घनत्व और अनुगमन वेग में संबंध

$$I = n e A v_d$$

$$\therefore \quad J = \frac{I}{A}$$

$$\therefore \quad J = \frac{n e A v_d}{A} \Rightarrow \boxed{J = n e v_d}$$

यह धारा घनत्व और अनुगमन वेग के बीच का संबंध है।

✳ गतिशीलता ✳

चालक के भीतर मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग (v_d) वैद्युत क्षेत्र (E) के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$\mu = \frac{v_d}{E}$$

$$\therefore \quad v_d = \frac{eE\tau}{m} \qquad \therefore \quad \mu = \frac{\left[\frac{eE\tau}{m}\right]}{E}$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m}$$

गतिशीलता (μ) का मान वैद्युत क्षेत्र (E) पर निर्भर नहीं करता है।

ओम का नियम (Ohm's Law)

यदि किसी चालक पदार्थ की भौतिक अवस्था (ताप, दाब आदि) स्थिर रहें तो चालक के सिरों के बीच विभवान्तर (V) उसमें प्रवाहित धारा (I) के समानुपाती होता है।

$$V \propto I \quad \Rightarrow \quad V = R\,I \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V}{I}$$

जहाँ, R चालक का वैद्युत प्रतिरोध है।

वैद्युत प्रतिरोध (Electrical Resistance)

वैद्युत विभवान्तर तथा वैद्युत धारा के अनुपात को उस चालक का वैद्युत प्रतिरोध कहते हैं। इसका मात्रक ओम (Ω) होता है।

$$[M\,L^2\,T^{-3}\,A^{-2}]$$

अनुगमन वेग के आधार पर वैद्युत प्रतिरोध

$$R = \frac{m\,\ell}{n\,e^2\,\tau\,A}$$

यहाँ $\frac{m}{n\,e^2\,\tau}$ तथा $\frac{\ell}{A}$ एक निश्चित ताप पर दिए गए तार के लिए एक नियतांक हैं।

Vijaysir24

वैद्युत प्रतिरोध को प्रभावित करने वाले कारक

Legend Box

- m = द्रव्यमान
- ℓ = चालक की लम्बाई
- n = एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या
- e = आवेश
- A = अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल
- τ = श्रांतिकाल

$$R = \frac{m\ell}{n e^2 \tau A}$$

(i) $R \propto \ell$

चालक का वैद्युत प्रतिरोध चालक की लम्बाई के अनुक्रमानुपाती होता है।

(ii) $R \propto \frac{1}{A}$

अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

(iii) $R \propto \frac{1}{n}$

एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

(iv) $R \propto \frac{1}{\tau}$

श्रांतिकाल के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

वैद्युत चालकता (Conductance)

वैद्युत प्रतिरोध के व्युत्क्रम को वैद्युत चालकता कहते हैं।

मात्रक: म्हो (mho) या Ω^{-1}

विमा: $[M^{-1} L^{-2} T^3 A^2]$

विशिष्ट प्रतिरोध अथवा प्रतिरोधकता (Resistivity)

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) तथा धारा घनत्व (J) के अनुपात को चालक का विशिष्ट प्रतिरोध कहते हैं।

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/\ell}{I/A} \Rightarrow \rho = R\left(\frac{A}{\ell}\right) = \frac{m}{n e^2 \tau}\left(\frac{A}{\ell}\right) \Rightarrow R = \rho\left(\frac{\ell}{A}\right)$$

यदि $A = \pi r^2$, तो $R = \rho\left(\frac{\ell}{\pi r^2}\right)$ (जहाँ r = त्रिज्या)

यह मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व n तथा धातु की प्रकृति पर निर्भर करता है। मात्रक: ओम-मीटर (Ω·m)।

विशिष्ट चालकता (Specific Conductance)

प्रतिरोधकता (ρ) के व्युत्क्रम को विशिष्ट चालकता (σ) कहते हैं। $\sigma = \frac{1}{\rho}$

$J = \sigma E$

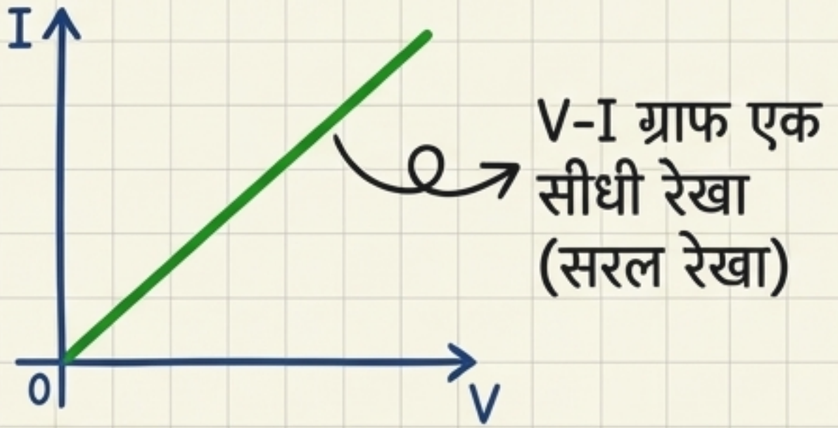
मात्रक : $\Omega^{-1} m^{-1}$

परिपथों के प्रकार

महत्वपूर्ण

* ओमीय परिपथ (Ohmic Circuits) *

ऐसे परिपथ जो ओम के नियम का पालन करते हैं, ओमीय परिपथ कहलाते हैं।



उदाहरण: सभी धात्विक चालक तार (तांबे का तार, टंगस्टन का तार)।

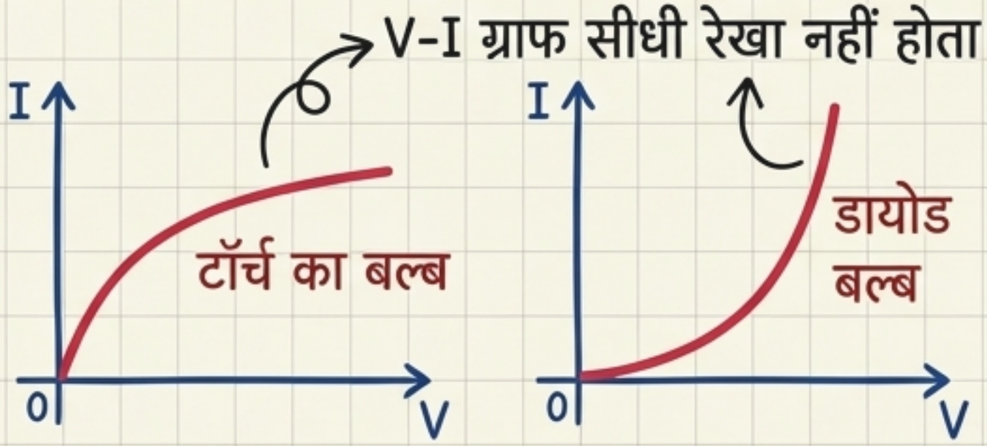
याद रखें

* अनओमीय परिपथ (Non-Ohmic Circuits)*

याद रखें

याद रखें

ऐसे परिपथ जो ओम के नियम का पालन नहीं करते हैं, अनओमीय परिपथ कहलाते हैं।



उदाहरण: टॉर्च का बल्ब, डायोड बल्ब, ट्रान्जिस्टर आदि।

✳ वैद्युत ऊर्जा (Electrical Energy) ✳

वैद्युत विभवान्तर के कारण आवेश को प्रवाहित करने में किये गए कार्य को वैद्युत ऊर्जा कहते हैं। इसे W से प्रदर्शित करते हैं।

$W = V Q$

$\because q = I t \Rightarrow W = V I t$

$\because V = I R \Rightarrow W = (I R) I t \Rightarrow W = I^2 R t$

$\because I = \frac{V}{R} \Rightarrow W = V \frac{V}{R} t \Rightarrow W = \frac{V^2 t}{R}$

$$W = V Q = V I t = I^2 R t = \frac{V^2 t}{R}$$

- मात्रक: जूल (Joule)
- यह एक अदिश राशि है।

Expert Enhancement

याद रखें: ये सभी सूत्र वैद्युत ऊर्जा की गणना के लिए उपयोग किए जा सकते हैं, परिपथ में ज्ञात राशियों के आधार पर।

✳ ऊष्मीय ऊर्जा (Thermal Energy) ✳

जब किसी चालक में धारा प्रवाहित होती है तो वैद्युत ऊर्जा ऊष्मीय ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है। इसे H से प्रदर्शित करते हैं।

$$H = \frac{W}{4.2} \text{ कैलोरी}$$

$$H = \frac{V Q}{4.2} = \frac{V I t}{4.2} = \frac{I^2 R t}{4.2} = \frac{V^2 t}{4.2 R} \text{ कैलोरी}$$

- मात्रक: कैलोरी, किलोकैलोरी

Expert Enhancement

ऊष्मा का SI मात्रक जूल है, लेकिन कैलोरी में बदलने के लिए 4.2 से विभाजित किया जाता है।
1 cal ≈ 4.18 J.

✲ वैद्युत शक्ति (Electrical Power) ✲

वैद्युत ऊर्जा के क्षय होने की दर को वैद्युत शक्ति कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं।

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\because W = VQ = VIt = I^2Rt = \frac{V^2t}{R}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{VQ}{t} = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

मात्रक: वाट, किलोवाट, अश्वशक्ति

1 किलोवाट = 10^3 वाट

1 अश्वशक्ति (HP) = 746 वाट

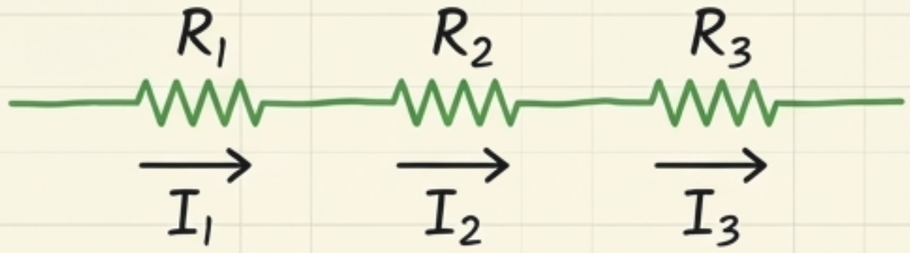
✲ किलोवाट घण्टा (Kilowatt-Hour) ✲

- घरों, दुकानों में खर्च होने वाली वैद्युत ऊर्जा का मापन करने के लिए एक मात्रक प्रयोग में लाया जाता है, जिसे किलोवाट-घण्टा कहते हैं।
- 1 किलोवाट वैद्युत शक्ति वाले परिपथ में 1 घण्टे में खर्च हुई वैद्युत ऊर्जा को 1 किलोवाट-घण्टा कहते हैं।
- इसे साधारण बोलचाल में '1 यूनिट' कहते हैं।

प्रतिरोधों का संयोजन (Combination of Resistors)

प्रतिरोधों को परिपथ में दो प्रकार से संयोजित किया जाता है।

1. श्रेणीक्रम संयोजन (Series)

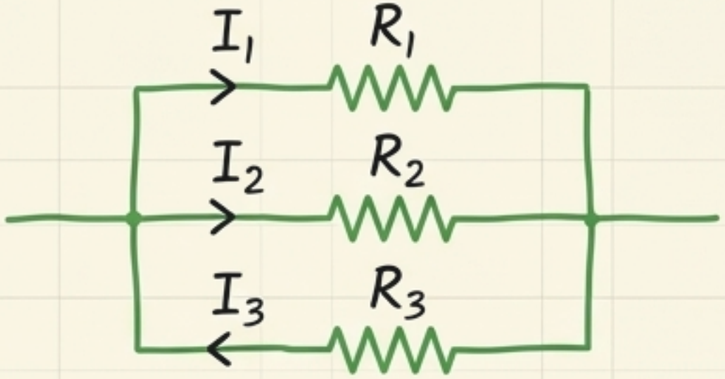


प्रत्येक प्रतिरोध में धारा का मान समान रहता है, परन्तु विभवान्तर भिन्न-भिन्न होता है।

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

→ तुल्य प्रतिरोध परिपथ में लगे अधिकतम प्रतिरोध से अधिक होगा।

2. समान्तर क्रम संयोजन (Parallel)



प्रत्येक प्रतिरोध में प्रवाहित धारा भिन्न-भिन्न होती है, लेकिन प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर समान होता है।

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

→ तुल्य प्रतिरोध परेपथ में लगे न्यूनतम प्रतिरोध से कम होता है।

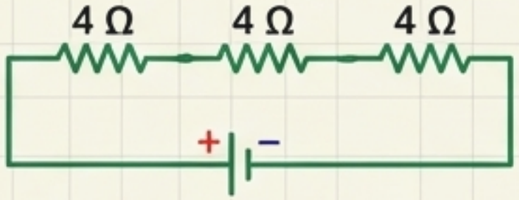
Q4. तीन प्रतिरोध तार हैं। प्रत्येक का प्रतिरोध 4 ओम है। इनके सम्भावित संयोजन को प्रदर्शित कीजिए तथा प्रत्येक संयोजन में तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

(i) समान्तर क्रम में (Parallel)



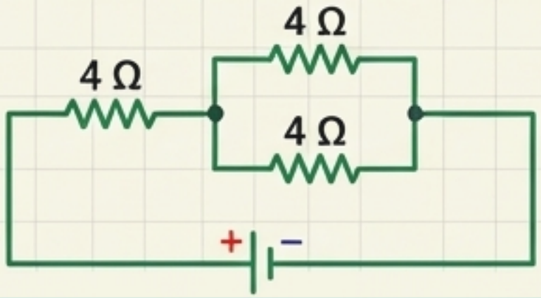
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow R = \frac{4}{3}\ \Omega$$

(ii) श्रेणीक्रम में (Series)



$$R = 4 + 4 + 4 \Rightarrow R = 12\ \Omega$$

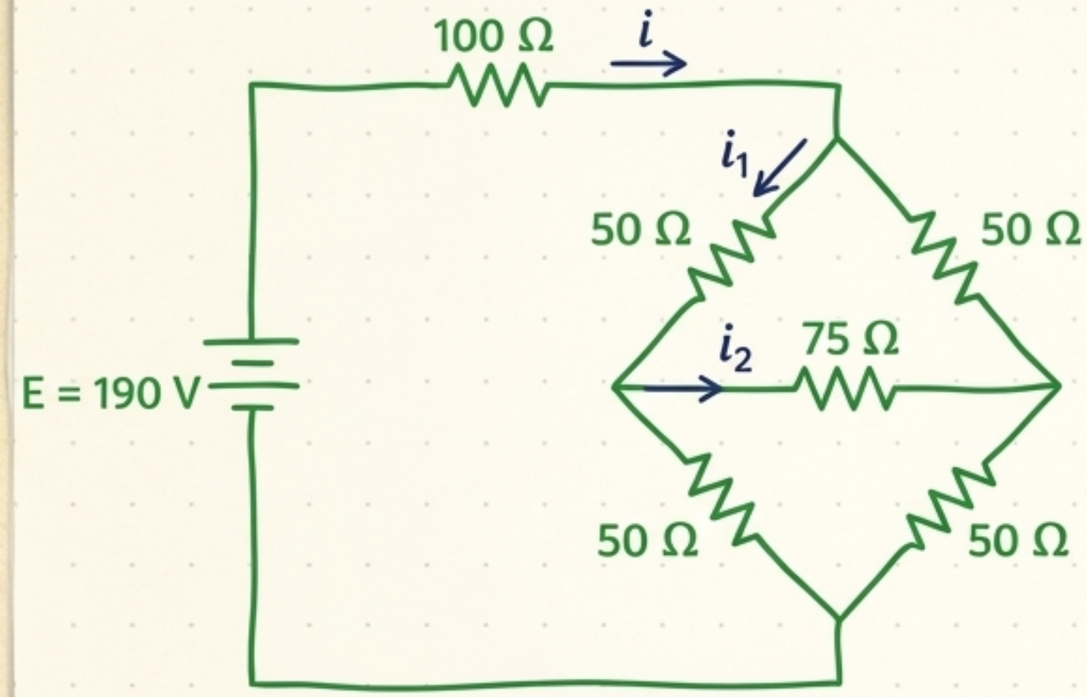
(iii) मिश्रित क्रम (Mixed - 2 Parallel, 1 Series)



1. समान्तर क्रम भाग : $\frac{1}{R'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow R' = 2\ \Omega$

2. तुल्य प्रतिरोध $R'' = 4 + 2 \Rightarrow R'' = 6\ \Omega$

Q5. चित्र में दर्शाए गए 75Ω के प्रतिरोध में धारा का मान ज्ञात कीजिए।



हल

समान्तर भाग : $\frac{1}{R'} = \frac{1}{50} + \frac{1}{75} + \frac{1}{50} \Big\} = \frac{3+2+3}{150} = \frac{8}{150}$

$= \frac{3+2+3}{150} = \frac{8}{150} \Rightarrow R' = \frac{150}{8}\ \Omega$

कुल प्रतिरोध $R = 100 + \frac{150}{8} = \frac{800}{8} + \frac{150}{8} = \frac{950}{8}\ \Omega$

कुल धारा $i = \frac{E}{R} = 190 \times \frac{8}{950} = \frac{8}{5}\ A$

i = हो से

विभवान्तर समान होने से:

$50 \times i_1 = 75 \times i_2 \Rightarrow i_1 = \frac{3}{2} i_2$

$i_1 + i_1 + i_2 = \frac{8}{5} \Rightarrow 2i_1 + i_2 = \frac{8}{5}$

$\Rightarrow 2\left(\frac{3}{2} i_2\right) + i_2 = \frac{8}{5} \Rightarrow 3i_2 + i_2 = \frac{8}{5} \Rightarrow 4i_2 = \frac{8}{5} \Rightarrow i_2 = \frac{2}{5}\ A$

अतः 75Ω के प्रतिरोध में धारा = $\frac{2}{5}$ A

Q6. 100W, 200V बल्ब का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(200)^2}{100} = \frac{40000}{100}$

$R = 400\ \Omega$

Q7. 60W, 30V बल्ब को 90V सप्लाई पर जलाने के लिए श्रेणीक्रम प्रतिरोध?

बल्ब का $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(30)^2}{60} = \frac{900}{60} = 15\Omega.$

धारा $I = \frac{P}{V} = \frac{60}{30} = 2A.$

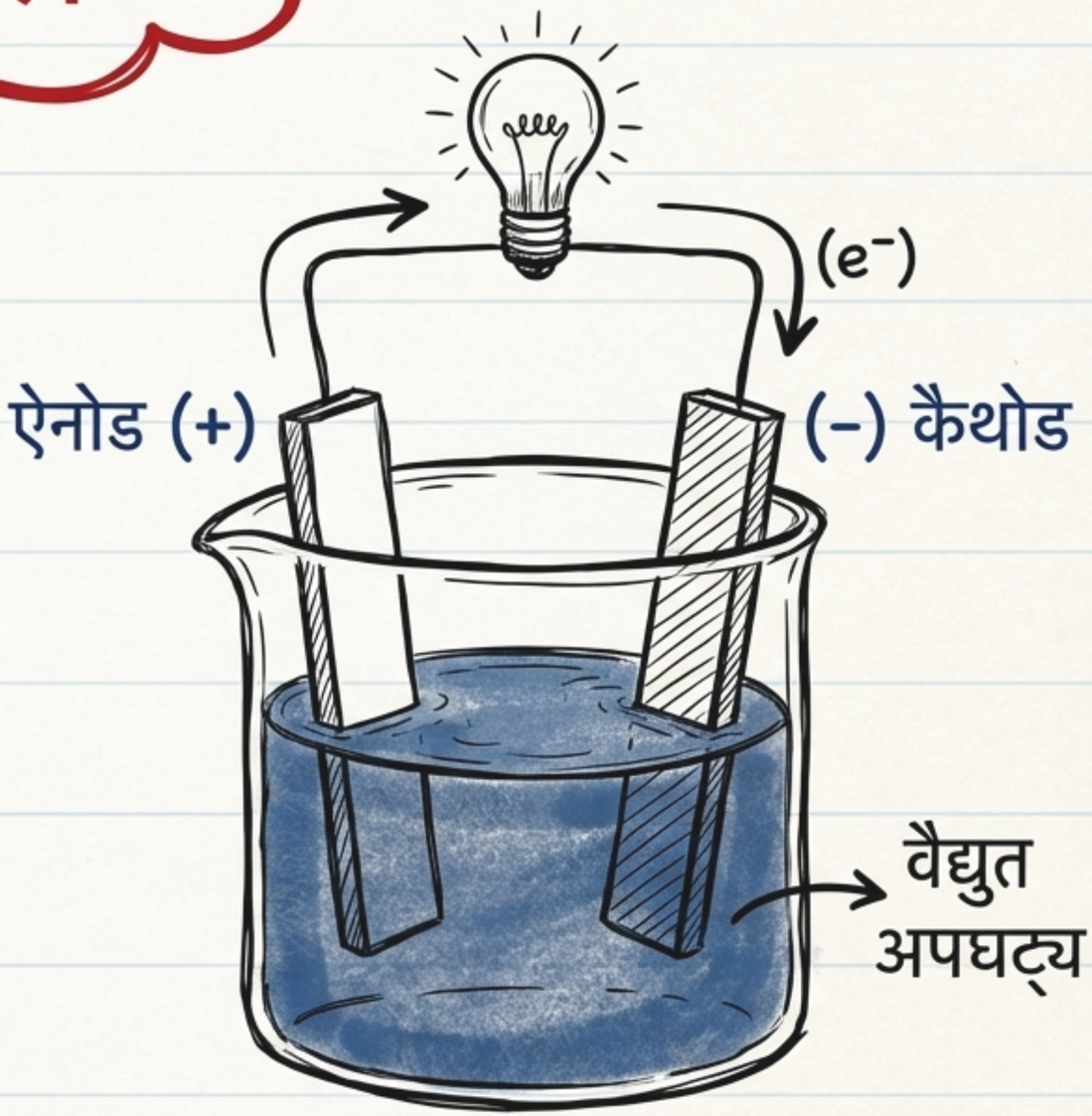
$I = \frac{V'}{R + R'} \Rightarrow 2 = \frac{90}{15 + R'} \Rightarrow 15 + R' = 45$

$R' = 30\ \Omega$

* वैद्युत सेल *

* वैद्युत सेल एक ऐसी युक्ति है जो रासायनिक ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में परिवर्तित करती है।

* वैद्युत सेल एक ऐसी युक्ति है जो वैद्युत परिपथ में आवेश या धारा के प्रवाह को निरन्तर बनाये रखती है।



* सेल का वैद्युत वाहक बल *

* एकांक आवेश को सेल सहित पूर्ण परिपथ में एक बार प्रवाहित करने में सेल द्वारा किया गया कार्य या सेल द्वारा दी गई ऊर्जा को सेल का 'वैद्युत वाहक बल'' कहते हैं। इसे 'E' से प्रदर्शित करते हैं।

$$E = \frac{W}{q}$$

→ मात्रक = जूल/कूलॉम या वोल्ट

→ विमीय सूत्र = $[M\,L^2\,T^{-3}\,A^{-1}]$

* 1 वोल्ट वैद्युत वाहक बल *

* यदि सेल सहित पूर्ण परिपथ में 1 कूलॉम आवेश को 1 बार प्रवाहित करने में सेल द्वारा किया गया कार्य या सेल द्वारा दी गई ऊर्जा 1 जूल हो तो सेल का वैद्युत वाहक बल 1 वोल्ट होगा।

$W = 1\ J\ ,\ q = 1\ C$

$$E = \frac{1}{1}$$

$E = 1$ volt

* सेल का टर्मिनल विभवान्तर *

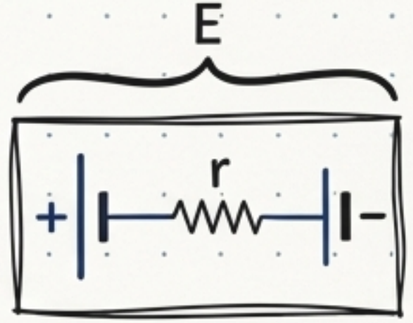
* बाह्य परिपथ में सेल के एक टर्मिनल से दूसरे टर्मिनल तक एकांक आवेश को प्रवाहित करने में सेल द्वारा किया गया कार्य या सेल द्वारा दी गई ऊर्जा को सेल का टर्मिनल विभवान्तर कहते हैं।

$$V = \frac{W}{q}$$

* इसका मात्रक Volt तथा विमीय सूत्र $[M\,L^2\,T^{-3}\,A^{-1}]$ होता है। यह एक अदिश राशि (Scalar) है।

* सेल का आन्तरिक प्रतिरोध *

* सेल के भीतर वैद्युत अपघट्य द्वारा वैद्युत धारा के मार्ग में अवरोध उत्पन्न किया जाता है, जिसे सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कहते हैं। इसे r से प्रदर्शित करते हैं।



* सेल के आन्तरिक प्रतिरोध को प्रभावित करने वाले कारक:
  - ✓ इलेक्ट्रोडों के बीच की दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है।
  - ✓ वैद्युत अपघट्य में डूबे इलेक्ट्रोडों के क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
  - ✓ वैद्युत अपघट्य की सान्द्रता बढ़ाने पर बढ़ता है।
  - ✓ वैद्युत अपघट्य व इलेक्ट्रोडों की प्रकृति पर निर्भर करता है।

बहुविकल्पीय प्रश्न - भाग 1 (1 अंक)

प्रश्न 1: एक प्राथमिक सेल का वैद्युत वाहक बल 2.4 वोल्ट है। इस सेल को जब लघुपथित कर देते हैं, तो 4 ऐम्पियर वैद्युत धारा प्राप्त होती है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध है?

(a) 60 ओम (b) 1.2 ओम (c) 4 ओम (d) 0.6 ओम

हल: वैद्युत वाहक बल $E = V + i\,r = i\,(R + r)$

लघुपथित करने पर परिपथ में प्रतिरोध R शून्य होगा

अर्थात् $R = 0$

अत: $E = i\,r$

सेल का आन्तरिक प्रतिरोध $r = \frac{E}{i} = \frac{2.4}{4} =$ 0.6 ओम

प्रश्न 2: विभवमापी के प्रयोग में दो सेलों के वैद्युत वाहक बल E_1 तथा E_2 हैं। इन्हें श्रेणीक्रम में जोड़कर विभवमापी के तार पर अविक्षेप बिन्दु 58 सेमी पर प्राप्त होता है। जब E_2 की ध्रुवता उलटलट दी जाती है, तब 29 सेमी पर प्राप्त होता है। E_1/E_2 का अनुपात है?

(a) 3 : 1 (b) 2 : 1 (c) 1 : 3 (d) 1 : 2

हल: जब सेल श्रेणीक्रम में हैं: $(E_1 + E_2) = 58\ k$

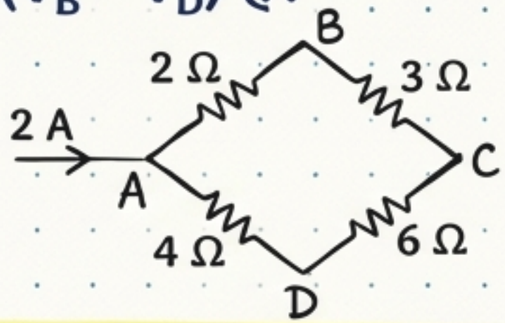
जब ध्रुवता उलट दी जाती है: $(E_1 - E_2) = 29\ k$

$$\frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2} = \frac{58}{29} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{3}{1}$$

बहुविकल्पीय प्रश्न – भाग 2

प्रश्न 3: 2 ऐम्पियर की धारा चित्र में प्रवाहित है। विभवान्तर ($V_B - V_D$) है?



हल: सन्तुलित व्हीटस्टोन सेतु ($P/Q = R/S \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$).
अतः $V_B - V_D$ = शून्य।

प्रश्न 4: किरचॉफ का धारा का नियम किसके संरक्षण के परिणामस्वरूप है?

हल: आवेश संरक्षण (Charge Conservation) पर आधारित है।

प्रश्न 5: एक बैटरी जिसका E = 5 V तथा r = 2 Ω है, बाहरी प्रतिरोध से जुड़ी है। यदि i = 0.4 A है, तो बैटरी के ध्रुवों का विभवान्तर?

हल: $V = E - i\,r$

$V = 5 - (0.4 \times 2)$

$V = 5 - 0.8 =$ **4.2 वोल्ट**

प्रश्न 6: 5 m लम्बे, 5 Ω प्रतिरोध वाले विभवमापी तार में 2 mA धारा है। विभव-प्रवणता?

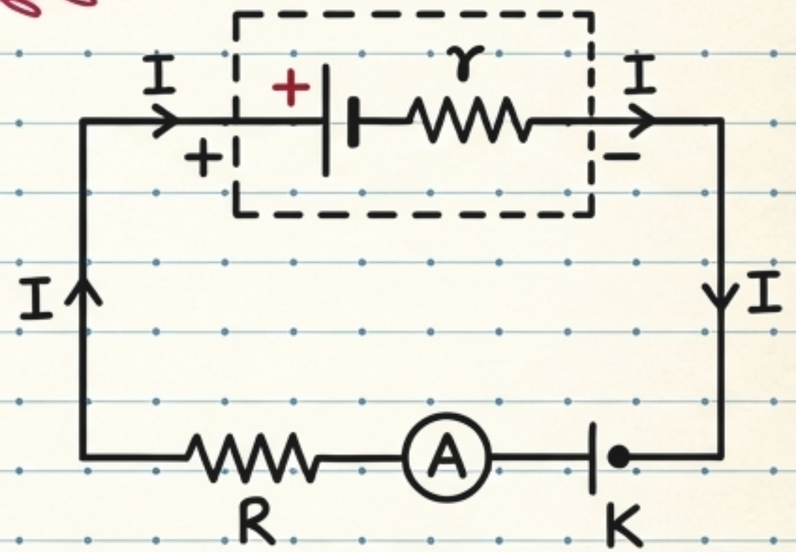
हल: विभव-प्रवणता $K = i \cdot \rho$

$i = 2\times10^{-3}$ A

$\rho = \frac{R}{L} = \frac{5}{5} = 1\ \Omega/m$

$K = 2\times10^{-3}\times1 =$ **2×10^{-3} वोल्ट/मी**

* सेल के E, V व r में सम्बन्ध *



परिपथ में प्रवाहित धारा $I = \frac{E}{R+r}$ $\left(\frac{\text{कुल वैद्युत बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}\right)$

$\Downarrow$

$I(R+r) = E$

$\Downarrow$

$E = IR + Ir$

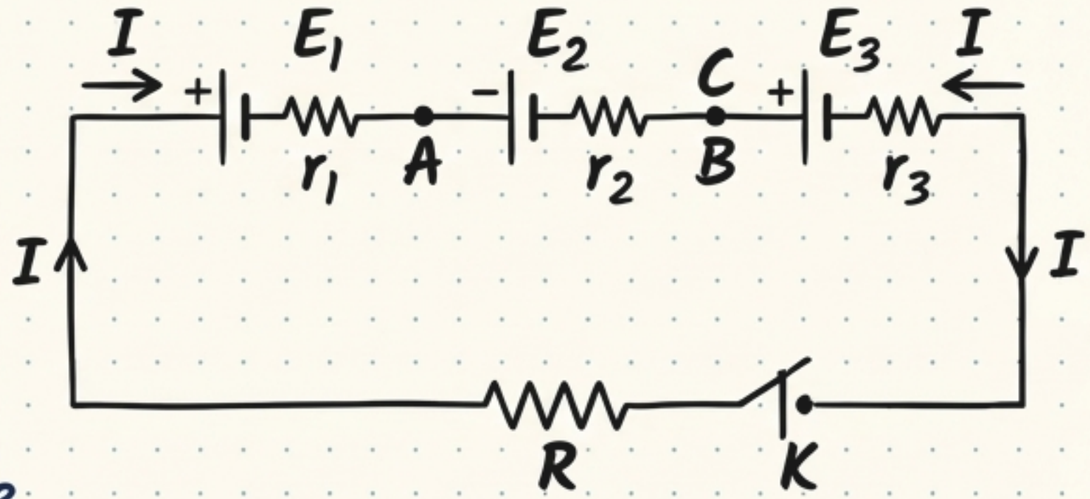
$\Downarrow \{IR = V\}$

$$E = V + Ir$$

यही E, V व r में सम्बन्ध है।

* सेलों का संयोजन - श्रेणीक्रम *

पहले सेल के लिए: $V_1 = E_1 - I r_1$
दूसरे सेल के लिए: $V_2 = E_2 - I r_2$
तीसरे सेल के लिए: $V_3 = E_3 - I r_3$



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$V = E_1 - I r_1 + E_2 - I r_2 + E_3 - I r_3$$
$$V = (E_1 + E_2 + E_3) - I(r_1 + r_2 + r_3)$$

Teacher's Whisper:
यदि तीनों सेलों के स्थान पर एक 'तुल्य सेल' लें, तो
$V = E_{तुल्य} - I r_{तुल्य}$

→ $E_{तुल्य} = E_1 + E_2 + E_3$

$r_{तुल्य} = r_1 + r_2 + r_3$

* श्रेणीक्रम संयोजन के विशेष नियम *

यदि n समान सेल (प्रत्येक का E, r) श्रेणीक्रम में हों :

$E_{तुल्य} = nE$, $r_{तुल्य} = nr$, परिपथ में प्रवाहित धारा : $I = \frac{nE}{R+nr}$

विशेष स्थिति

(i) $R >> nr$

यहाँ nr को नगण्य मानने पर :

$$I = \frac{nE}{R}$$

* (अधिक धारा प्राप्त होती है - लाभप्रद)

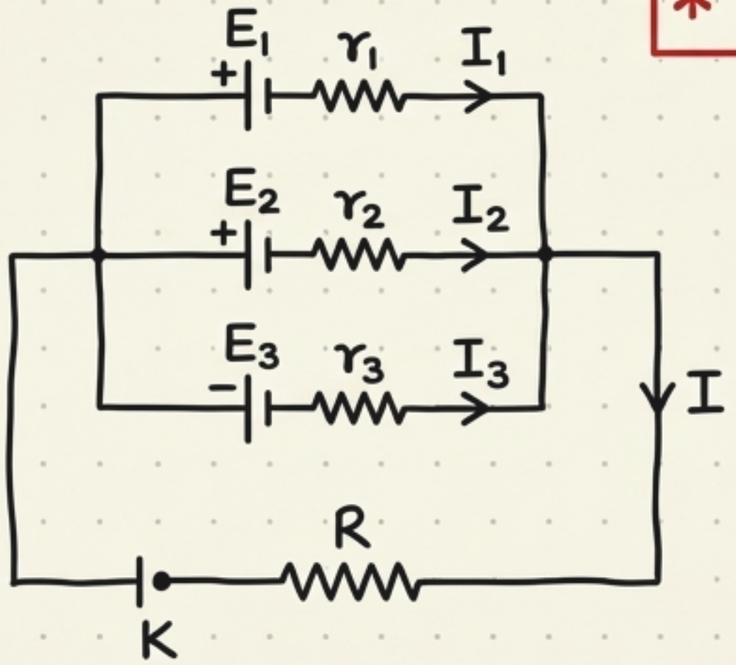
(ii) $R << nr$

यहाँ R को नगण्य मानने पर :

$$I = \frac{nE}{nr} \Rightarrow I = \frac{E}{r}$$

* (कोई लाभ नहीं, केवल 1 सेल के बराबर धारा)

* सेलों का समान्तर क्रम संयोजन *



चूँकि $V = E - Ir$

$Ir = E - V \Rightarrow I = \frac{E-V}{r}$

कुल धारा $I = I_1 + I_2 + I_3$

$$I = \frac{E_1 - V}{r_1} + \frac{E_2 - V}{r_2} + \frac{E_3 - V}{r_3}$$

$$I = \left(\frac{E_1}{r_1} - \frac{V}{r_1}\right) + \left(\frac{E_2}{r_2} - \frac{V}{r_2}\right) + \left(\frac{E_3}{r_3} - \frac{V}{r_3}\right)$$

$$I = \left(\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)$$

तुल्य सेल $I = \frac{E_{तुल्य}}{r_{तल्य}} - V\left(\frac{1}{r_{तुल्य}}\right)$ से तुलना करने पर:

$$\frac{E_{तुल्य}}{r_{तल्य}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3}$$

$$\frac{1}{r_{तुल्य}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

यदि n समान सेल हों:

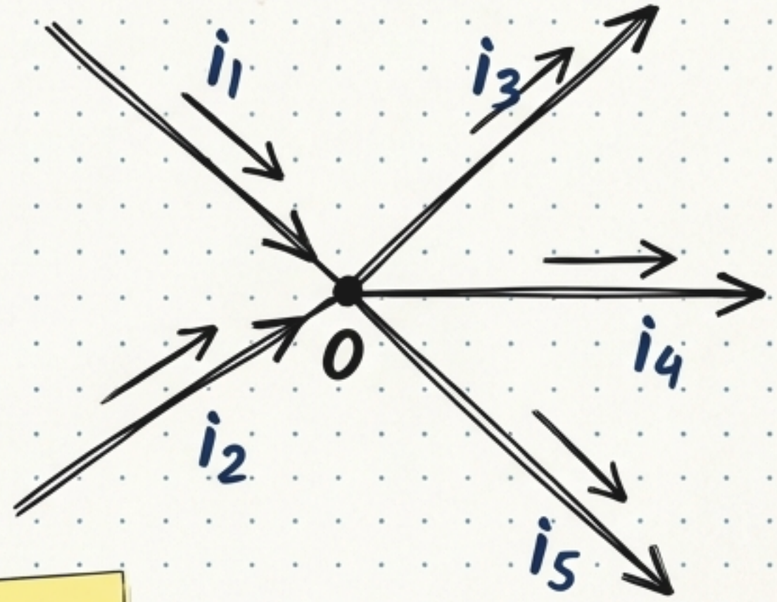
$E_{तुल्य} = E$, $r_{तुल्य} = r/n$

किरचॉफ के नियम (जटिल परिपथों के लिए)

1. प्रथम नियम अथवा सन्धि नियम

किसी वैद्युत परिपथ में किसी भी सन्धि पर मिलने वाली धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है।

$$\sum i = 0$$



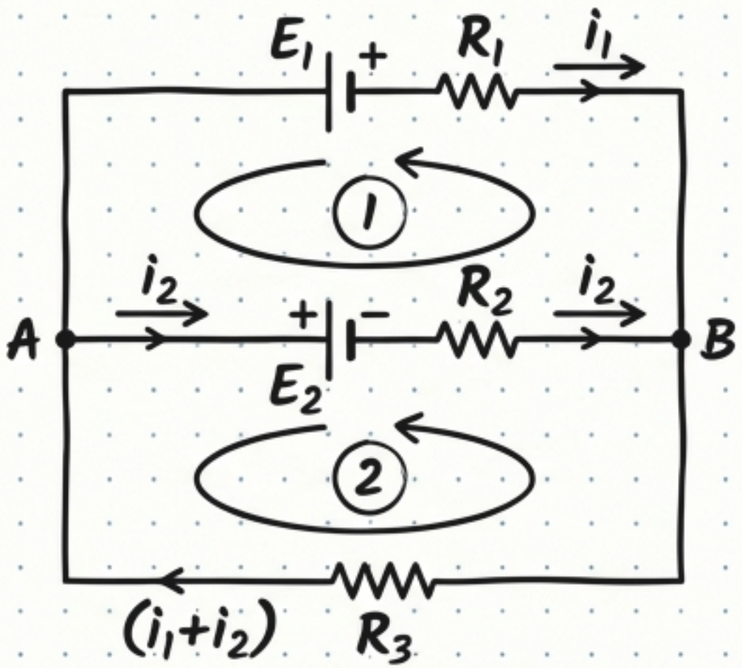
- सन्धि की ओर आने वाली धाराएँ धनात्मक (+) तथा दूर दूर जाने वाली धाराएँ ऋणात्मक (-) होती हैं।

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

Key Takeaway: यह नियम **आवेश संरक्षण** (Conservation of Charge) को व्यक्त करता है।

2. द्वितीय नियम अथवा पाश नियम

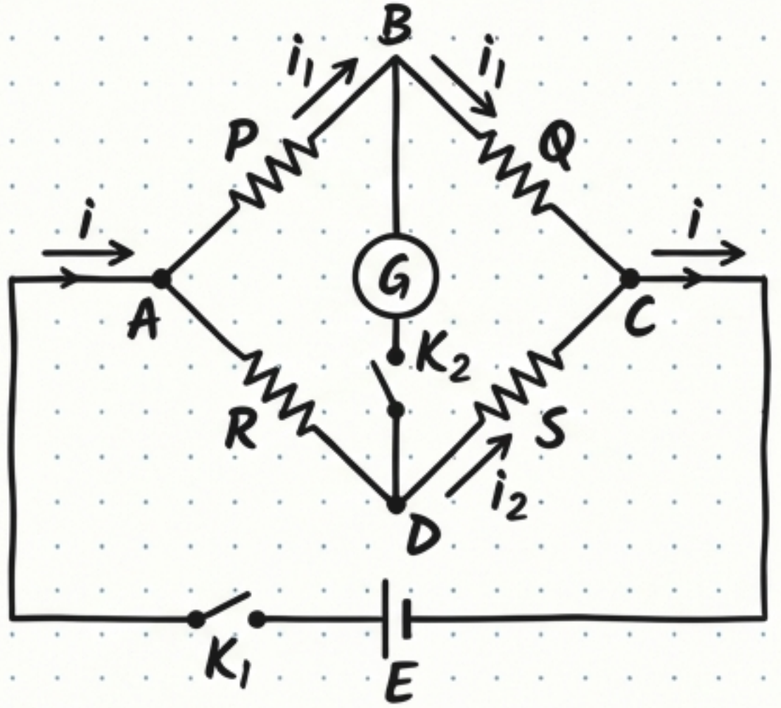
$$\sum i R = \sum E$$



यह नियम **ऊर्जा संरक्षण (Conservation of Energy)** पर आधारित है।

व्हीटस्टोन सेतु

अज्ञात प्रतिरोध ज्ञात करने की व्यवस्था।



सन्तुलित अवस्था में : $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$

धारामापी व सेल बदलने पर सन्तुलन पर प्रभाव नहीं पड़ता।

महत्वपूर्ण आंकिक प्रश्न - सेल

प्रः 0.6 A धारा पर वोल्टता 1.6 V, तथा 0.8 A धारा पर 1.3 V है। E तथा r ज्ञात कीजिए।

हलः सूत्रः $V = E - i\,r$

समीकरण (i): $1.6 = E - 0.6\,r$

समीकरण (ii): $1.3 = E - 0.8\,r$

समीकरण हल करने परः $E = 2.5\ V\ ,\quad r = 1.5\ \Omega$

प्रः E = 6 V, r = 1 Ω के साथ दो बाह्य प्रतिरोध R_1 = 2 Ω व R_2 = 3 Ω जुड़े हैं। परिपथ में धारा क्या होगी जब (i) श्रेणीक्रम (ii) समान्तर क्रम में हों?

हलः (i) श्रेणीक्रम

$$\text{Total } R = 2 + 3 = 5\ \Omega$$

$$i = \frac{V}{R+r} = \frac{6}{5+1} = \frac{6}{6} \qquad i = 1\ A$$

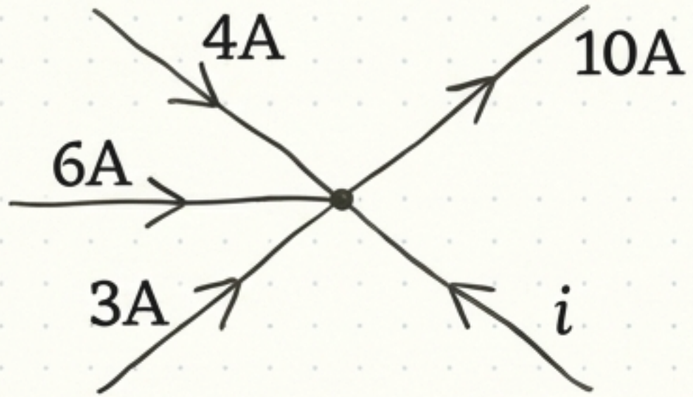
(ii) समान्तर क्रम

$$\text{Total } R' = \frac{2 \times 3}{2+3} = \frac{6}{5} = 1.2\ \Omega$$

$$i = \frac{E}{R'+r} = \frac{6}{1.2+1} = \frac{6}{2.2} \qquad i = 2.72\ A$$

आंकिक एवं अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

चित्र में वैद्युत धारा i का मान?



आने वाली धाराओं का योग = दूर जाने वाली धाराओं का योग

$$4 + 6 + 3 = 10 + i$$

$$13 = 10 + i$$

$$\boxed{i = 3\ \text{A}}$$

प्र: सेल के आन्तरिक प्रतिरोध से क्या समझते हैं?

उत्तर: प्लेटों के बीच वैद्युत धारा प्रवाह में उत्पन्न अवरोध।

प्र: E और V में अन्तर?

उत्तर: E पूर्ण परिपथ में ऊर्जा है, V किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच किया गया कार्य है।

प्र: r, E, V, R में सम्बन्ध का सूत्र?

$$\boxed{r = R\left(\frac{E}{V} - 1\right)}$$

लघु उत्तरीय वैचारिक प्रश्न

प्र: मिश्रित क्रम में अधिकतम धारा की शर्त?

उत्तर: बाह्य परिपथ का प्रतिरोध = कुल आन्तरिक प्रतिरोध

$R = r$

प्र: किरचॉफ के नियम किस संरक्षण पर आधारित हैं?

उत्तर: पहला नियम – आवेश संरक्षण; दूसरा नियम – ऊर्जा संरक्षण।

प्र: व्हीटस्टोन सेतु में सेल व धारामापी की स्थिति बदलने पर क्या होगा?

उत्तर: सन्तुलन पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

प्र: व्हीटस्टोन सेतु सर्वाधिक सुग्राही कब होता है?

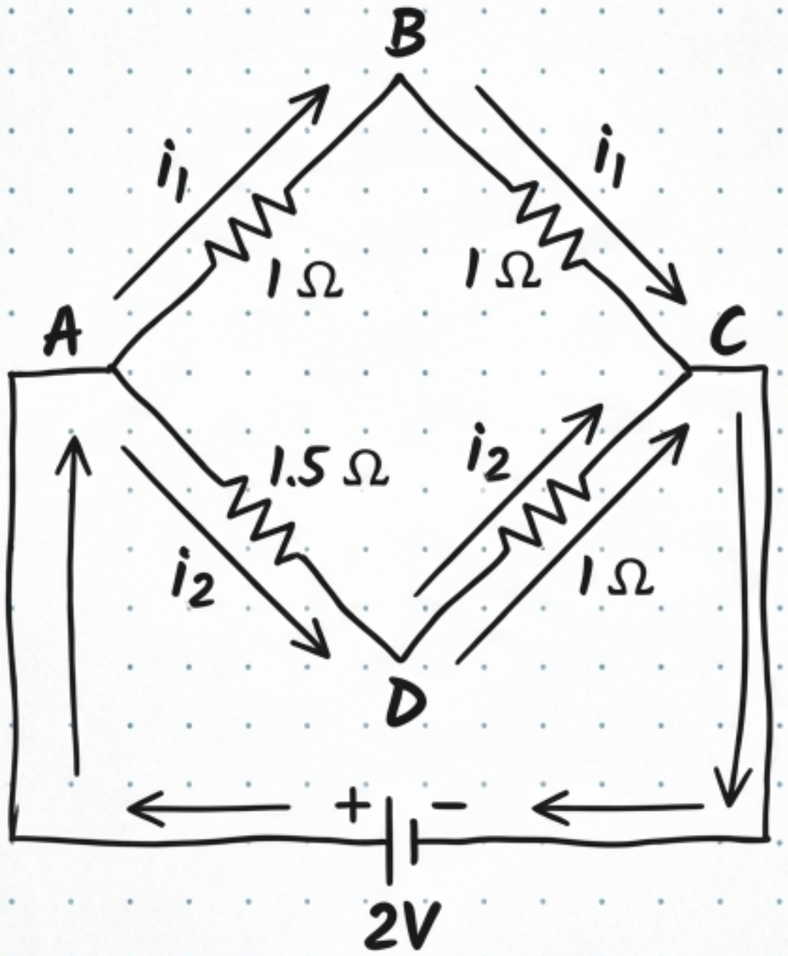
उत्तर: जब चारों प्रतिरोध एक ही कोटि (same order) के हों।

प्र: विभवमापी वोल्टमीटर से श्रेष्ठ क्यों है?

उत्तर: क्योंकि यह सन्तुलन स्थिति में परिपथ से शून्य धारा लेता है (अर्थात् अनन्त प्रतिरोध का आदर्श वोल्टमीटर है)।

विस्तृत आंकिक प्रश्न - व्हीटस्टोन सेतु

प्र: प्रदर्शित परिपथ में सन्धि B व D के बीच विभवान्तर ज्ञात कीजिए।



पाश **ABCEFA** में किरचॉफ नियम से:

$$i_1 \times 1 + i_1 \times 1 = 2$$

$$2\, i_1 = 2 \Rightarrow i_1 = 1\ A$$

पाश **ADCEFA** में किरचॉफ नियम से:

$$i_2 \times 1.5 + i_2 \times 1 = 2$$

$$2.5\, i_2 = 2 \Rightarrow i_2 = 0.8\ A$$

बिन्दुओं के बीच विभवान्तर:

$$V_A - V_B = i_1 R = 1 \times 1 = 1\ V$$

$$V_A - V_D = i_2 R = 0.8 \times 1.5 = 1.2\ V$$

अत: **B** व **D** बिन्दुओं के बीच विभवान्तर:

$$V_B - V_D = (V_A - V_D) - (V_A - V_B)$$

$$V_B - V_D = 1.2 - 1 = 0.2\ V$$

+ 0.2 वोल्ट