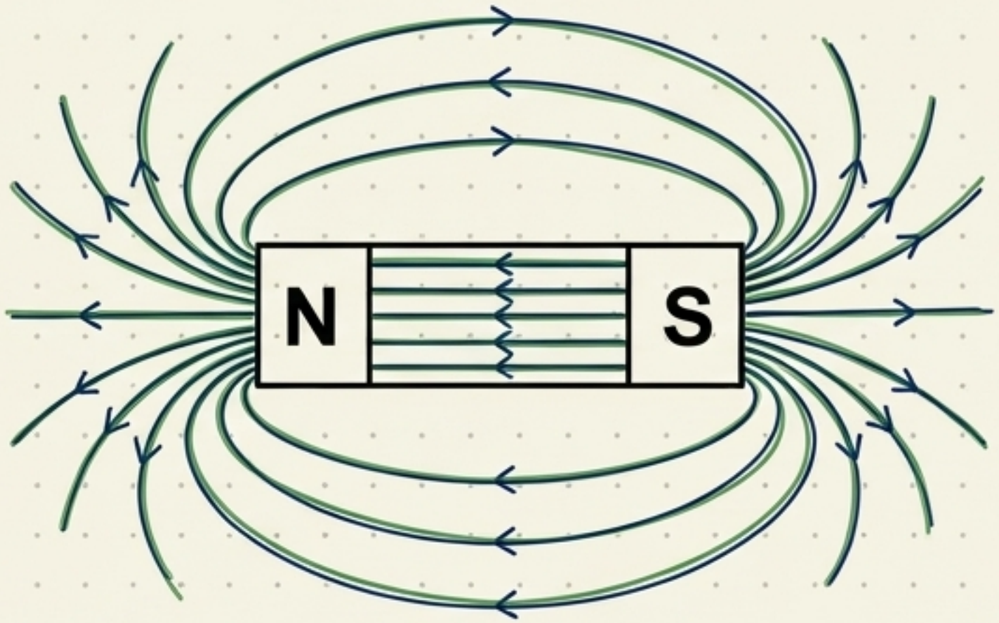
* [पाठ - 4] [गतिमान आवेश एवं चुंबकत्व] *

* चुम्बकीय क्षेत्र *

चुम्बक के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें उसके चुम्बकीय प्रभाव का अनुभव किया जाता है, "चुम्बकीय क्षेत्र" कहलाता है।

- चुम्बकीय बल रेखा → काल्पनिक
- चुम्बकीय क्षेत्र → वास्तविक



☆ चुम्बक के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें स्थित कोई चुम्बकीय सुई विक्षेप दर्शाती है, उस क्षेत्र को चुम्बकीय क्षेत्र कहते हैं।

* ओर्स्टेड का प्रयोग *

भौतिक वैज्ञानिक हैंस क्रिश्चियन ओर्स्टेड ने विद्युत चुम्बकत्व के बीच सम्बन्ध स्थापित किया जिसे ओर्स्टेड का नियम कहते हैं।

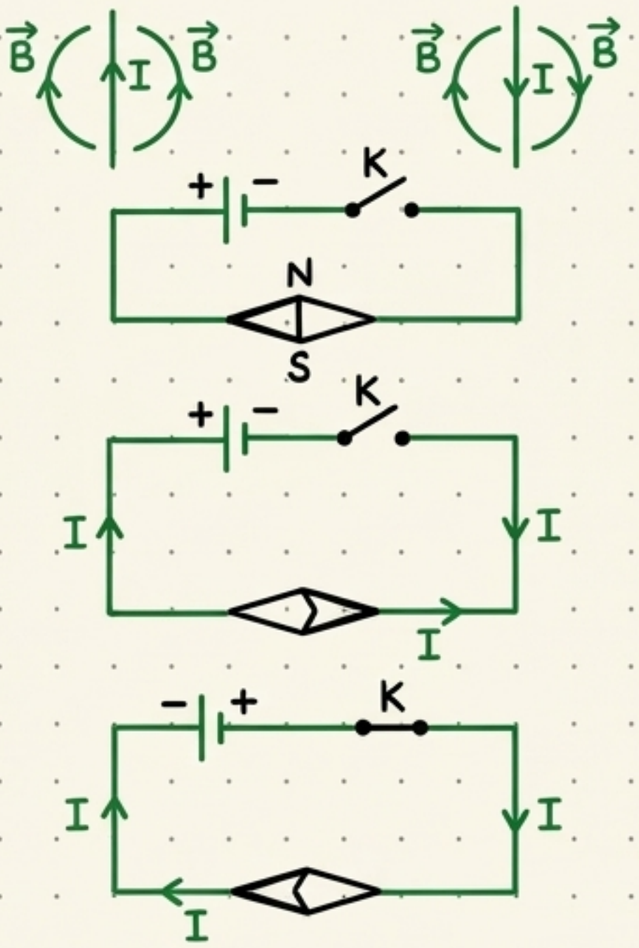
* ओर्स्टेड का नियम *

जब किसी चालक तार में धारा प्रवाहित होती है तो चालक तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है।

(a) जब कुंजी खुली होती है, अर्थात् चालक तार में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है तो चुम्बकीय सुई कोई विक्षेप नहीं दर्शाती है।

(b) कुंजी को दबाने पर चालक तार में धारा प्रवाहित हो जाती है और चुम्बकीय सुई में विक्षेप उत्पन्न हो जाता है।

(c) धारा की दिशा को उलट देने पर चुम्बकीय सुई विपरीत दिशा में विक्षेप उत्पन्न करती है।

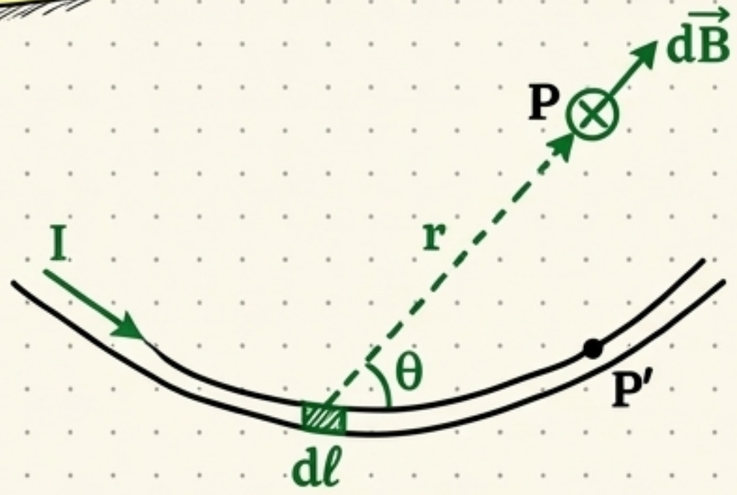


* चालक का चुम्बकीय प्रभाव *

जब चालक तार में धारा प्रवाहित होती है तो चालक तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है, इसे ही ***धारा का चुम्बकीय प्रभाव*** कहते हैं।

* बायो-सेवर्ट का नियम *

Q1) बायो-सेवर्ट के अनुसार $d\ell$ अल्पांश के कारण बिन्दु P तथा P′ पर चुम्बकीय क्षेत्र -



$$dB \propto I \quad ---(1)$$

$$dB \propto d\ell \quad ---(2)$$

$$dB \propto \sin\theta \quad ---(3)$$

$$dB \propto \frac{1}{r^2} \quad ---(4)$$

समी० (1), 2, 3, व (4) से $\rightarrow dB \propto \frac{I\, d\ell \sin\theta}{r^2}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\ell \sin\theta}{r^2}$$

$\rightarrow \vec{B} = \int d\vec{B}$

चुम्बकीय क्षेत्र के मात्रक : (1) न्यूटन / (ऐम्पियर-मी०) (N/A-m),
(2) वेबर / मी०^2,
(3) टेस्ला।

C.G.S पद्धति में मात्रक = गॉस। Note: 1 गॉस = 10^{-4} टेस्ला।

Post-it

जहाँ μ_0 = निर्वात की चुम्बकशीलता

$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ N/A^2 \rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$

μ_0 का विमीय सूत्र = $[MLT^{-2}A^{-2}]$

* वायु (अथवा निर्वात) की वैद्युतशीलता (ε_0) तथा चुम्बकशीलता (μ_0) में सम्बन्ध *

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \longrightarrow 4\pi\varepsilon_0 = \frac{1}{9\times10^9} \quad \text{---(1)}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \quad \text{---(2)}$$

समी० (1) × समी० (2) करने पर

$$\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{9\times10^{16}}$$

चूँकि निर्वात में प्रकाश की चाल $c = 3\times10^8 m/s$

$$\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{(3\times10^8)^2} \longrightarrow \mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}$$

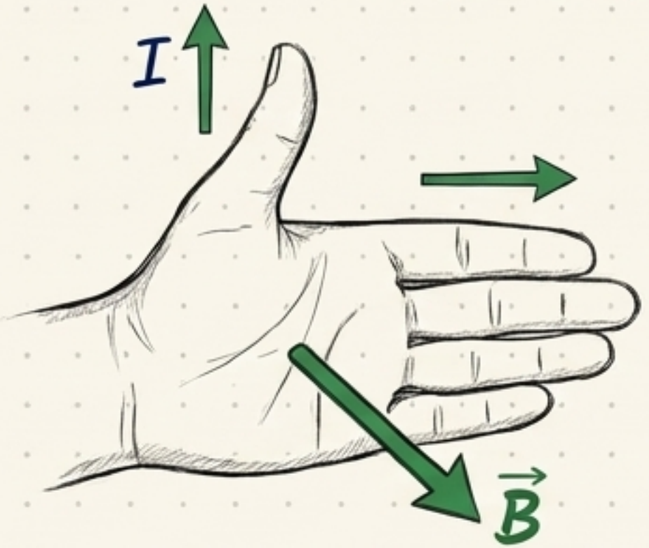
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$ → यही μ_0, ε_0 में संबंध है

* बायो-सेवर्ट नियम *	* कूलॉम के नियम *
धारावाही अल्पांश ($I\,d\ell$) के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र	स्थिर बिन्दु आवेश (dq) के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र
$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\sin\theta}{r^2}$ (दूरी r के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती)	$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$ (दूरी r के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती)
$dB \propto I\,dl$ (अल्पांश के अनुक्रमानुपाती)	$dE \propto dq$ (आवेश के अनुक्रमानुपाती)

* धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करना *

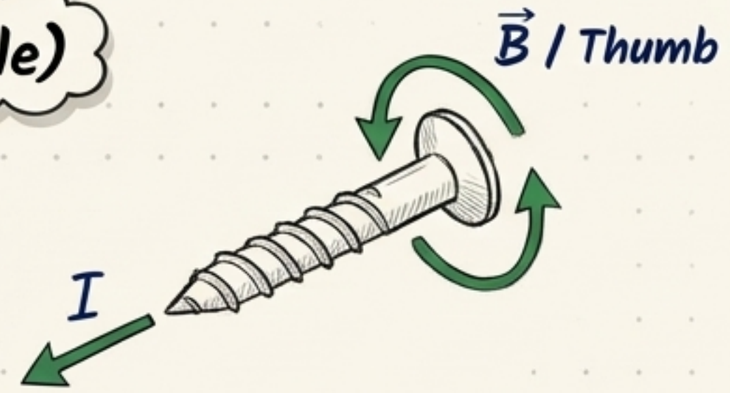
1. दाएँ हाथ की हथेली का नियम *(Right-Hand Palm Rule)*

दाएँ हाथ के अंगूठे और अंगुलियों को इस प्रकार फैलाते हैं कि अंगूठा चालक तार में बहने वाली धारा की दिशा को प्रदर्शित करे तथा अंगुलियाँ उस उस बिन्दु की ओर संकेत करें जहाँ चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करनी है, तब चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा हथेली के लम्बवत् बाहर की ओर होगी।

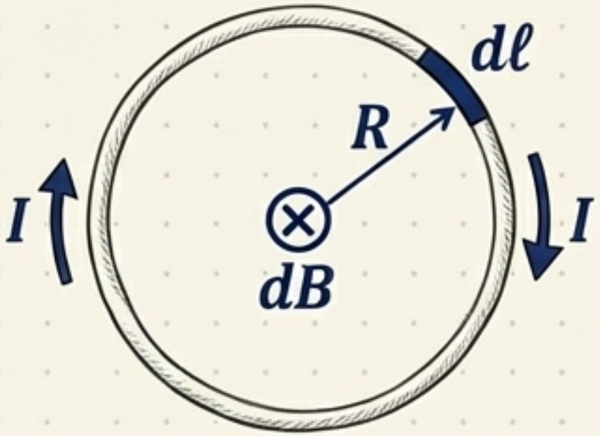


2. मैक्सवेल का दक्षिणावर्ती पेंच का नियम *(Maxwell's Corkscrew Rule)*

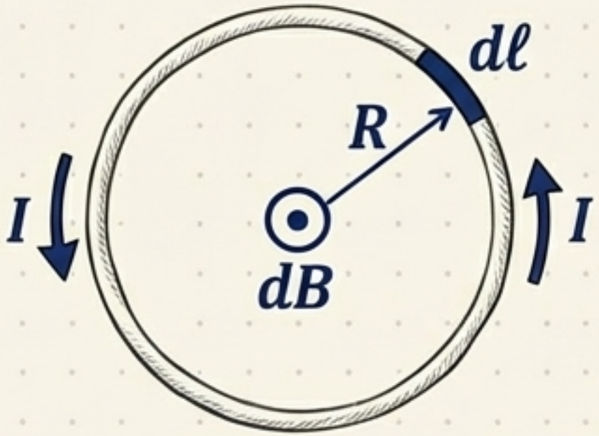
इस नियम के अनुसार पेंच की नोक धारावाही चालक तार में बहने वाली धारा की दिशा में हो तब अंगूठा जिस दिशा में घूमेगा वही चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा होगी।



* बायो-सेवर्ट नियम के अनुप्रयोग: धारावाही लूप या कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक *



चुं० क्षे० की दिशा भीतर की ओर



चुं० क्षे० की दिशा बाहर की ओर

अल्पांश के कारण लूप के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{R^2}, \quad \theta = 90^\circ \text{ होने पर, } dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl(1)}{R^2}$$

$I \rightarrow$ वैद्युत धारा

$R \rightarrow$ त्रिज्या

सम्पूर्ण लूप के कारण: $B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}$, $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \times 2\pi R$, $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$

यदि लूप के स्थान पर N फेरों की कुण्डली हो तब: $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

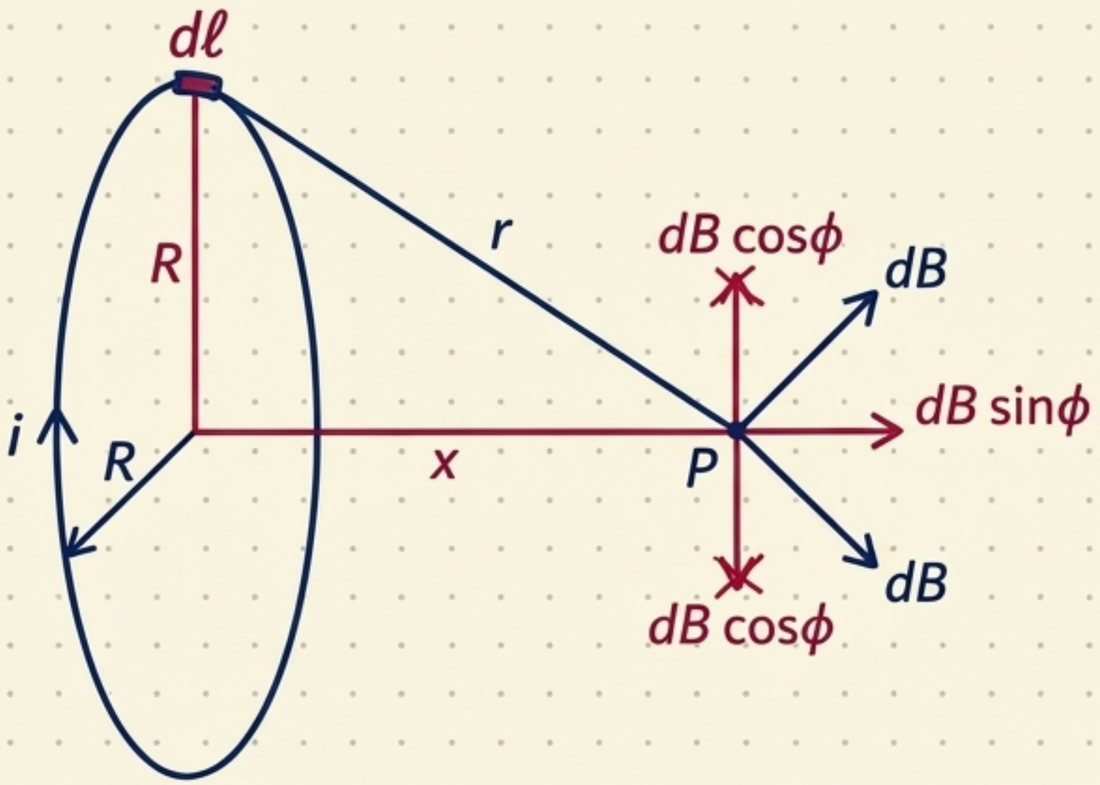
Note:

$\int dx = x,$

$\int dy = y,$

$\int dl = \ell$

* धारावाही वृत्ताकार कुण्डली की अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र *



सम्पूर्ण वृत्ताकार धारावाही के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न चुं० क्षे०:

$$B = \int dB \sin\phi$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell \sin 90^\circ}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell}{r^2}$$

$$B = \int \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell}{r^2}\right)\sin\phi \longrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\sin\phi \int d\ell$$

चित्र से: $\sin\phi = \frac{R}{r}$, और $\int d\ell = \ell = 2\pi R$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \times \frac{R}{r} \times (2\pi R) = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

चूँकि $r^2 = x^2 + R^2 \longrightarrow r = (x^2+R^2)^{1/2}$

इसलिए $r^3 = (x^2+R^2)^{3/2}$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}}$$

यदि कुण्डली में N फेरे हों तब:

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

यह वृत्ताकार धारा कुण्डली की अक्ष पर उत्पन्न चुं० क्षे० का सूत्र है

* आंकिक प्रश्न: अभ्यास 1 *

प्रश्न 1: दिया है I = 20A, लूप की संख्या 50 है है तथा त्रिज्या = 5 cm है, तो चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

Given: $I = 20A, N = 50, R = 5\,cm = 5\times10^{-2}\,m$

Formula: $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

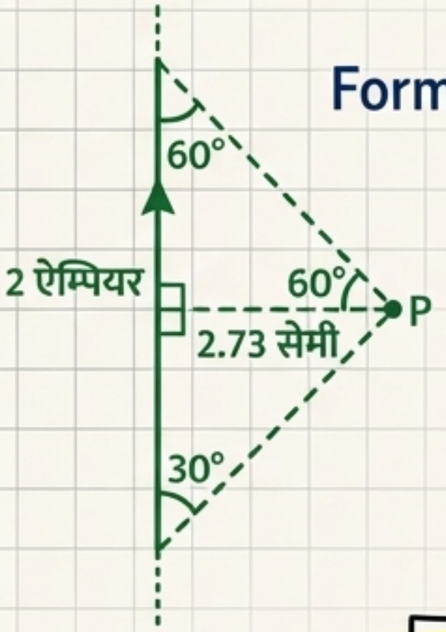
$$B = \frac{4\pi\times10^{-7}\times50\times20}{2\times5\times10^{-2}}$$

$$B = 4\pi\times10^{-7}\times10^{2}\times10^{2}$$

$B = 4\pi\times10^{-3}$ टेस्ला

$B = 1.256\times10^{-2}$ टेस्ला

प्रश्न 2: दिए गए चित्र में एक सीधे चालक में 2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। चालक से 2.73 सेमी की दूरी पर बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान एवं दिशा ज्ञात कीजिए।



Formula: $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r}(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2)$

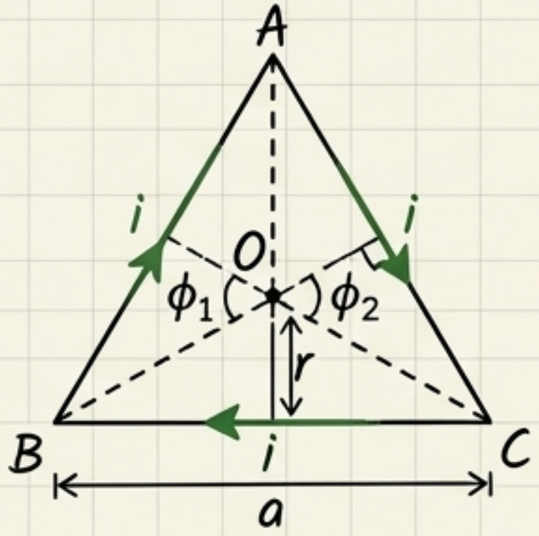
$$B = \frac{10^{-7}\times2}{2.73\times10^{-2}}(\sin 60° + \sin 30°)$$

$$B = 10^{-7}\times\frac{2\times10^{2}}{2.73}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$B = 10^{-5}$ टेस्ला

⁎ आंकिक प्रश्न: अभ्यास 2 ⁎

Problem 3



समबाहु त्रिभुज के केन्द्र O पर एक भुजा के कारण: $B_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi r}(\sin\phi_1 + \sin\phi_2)$

यहाँ $\phi_1 = \phi_2 = 60°$, तथा $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

अतः सम्पूर्ण त्रिभुज के केन्द्र O पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (3 भुजाओं के लिए):

$$B = 3 \times \frac{\mu_0 i}{4\pi(a/2\sqrt{3})} \times 2\sin 60°$$

$$\boxed{B = \frac{9\mu_0 i}{2\pi a}}$$

↳ (दिशा कागज के तल के ऊपर की ओर होगी)

Problem 4

प्रश्न: 100 फेरे, R=3cm, i=2A. केन्द्र से x=4cm दूरी पर अक्ष पर B ज्ञात करें।

सूत्र: $B = \frac{\mu_0 N i R^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$

$\boxed{B = 9.04 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मी)}}$

Problem 5

प्रश्न: 20 cm त्रिज्या के एक वृत्ताकार लूप में 10 ऐम्पियर की धारा है। केन्द्र पर B की गणना करें।

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

$\boxed{B = 3.14 \times 10^{-5} \text{ न्यूटन/(ऐम्पियर-मी)}}$

* अतिलघु उत्तरीय प्रश्न (Quick Revision) *

Q1: एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र से क्या तात्पर्य है?

Ans: जिस क्षेत्र में चुम्बकीय बल-रेखाएँ समान्तर व समदूरस्थ हों। (उदा: लम्बी धारावाही परिनालिका के भीतर)। ✓

Q2: चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व का मात्रक क्या है?

Ans: SI मात्रक वेबर/मीटर^2 अथवा टेस्ला अथवा न्यूटन/(ऐम्पियर-मीटर)। ✓

Q3 & Q4: बायो-सेवर्ट नियम का सदिश रूप लिखिए।

Ans: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$ ✓

Q5: दिखाइए कि $1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ की विमा, वेग की विमा के समान है।

Ans: $1 / \sqrt{[MLT^{-2}A^{-2}]\,[M^{-1}L^{-3}T^4A^2]} = 1 / \sqrt{[L^{-2}T^2]} = [LT^{-1}]$ ✓

Q6: $\varepsilon_0\mu_0$ का विमीय सूत्र लिखिए।

Ans: $[L^{-2}T^2]$ ✓

Q7: निर्वात की चुम्बकशीलता (μ_0) की विमा व मात्रक लिखिए।

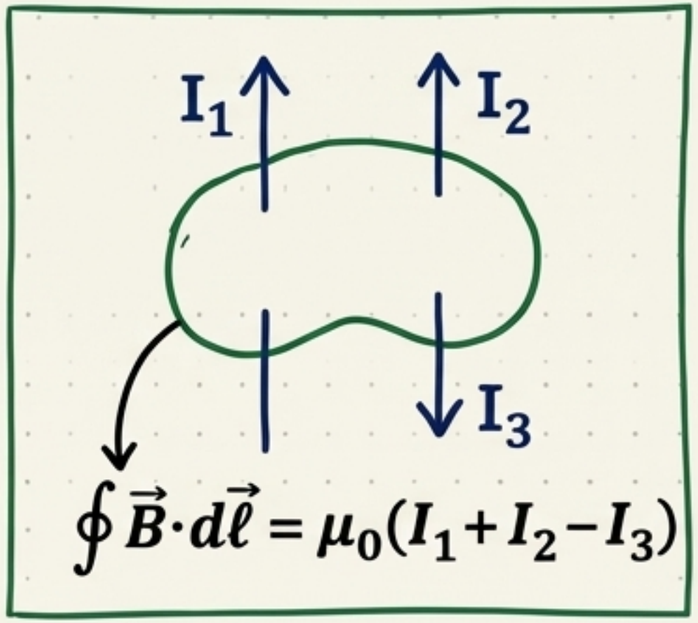
Ans: विमा = $[MLT^{-2}A^{-2}]$ | मात्रक = न्यूटन/ऐम्पियर^2 ✓

* ऐम्पियर का परिपथीय नियम (Ampere's Circuital Law) *

Definition & Proof

किसी बन्द वक्र या बन्द लूप के लिए चुम्बकीय क्षेत्र का रेखीय समाकलन ($\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$), उस वक्र या लूप द्वारा घिरे क्षेत्रफल में से होकर जाने वाली नेट धारा के μ_0 गुने के बराबर होता है।

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I \qquad \mu_0 I_{\text{Net}}$$



Proof: बन्द वक्र के लिए रेखीय समाकलन:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \oint B\, d\ell \cos\theta \quad (\theta = 0^\circ)$$

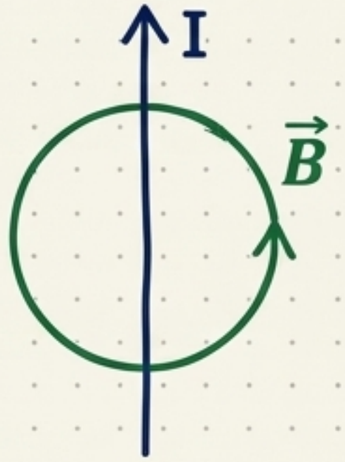
$$= B \oint d\ell = B\,(2\pi r)$$

बायो-सेवर्ट के नियम से: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

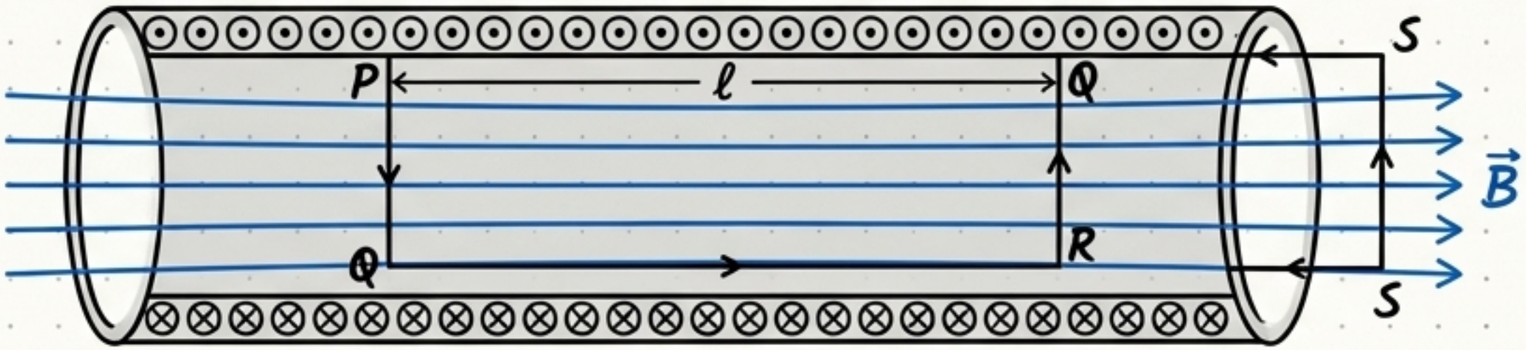
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) \times (2\pi r)$$

$$= \mu_0 I$$

यही ऐम्पियर का परिपथीय नियम है



* ऐम्पियर का परिपथीय नियम के अनुप्रयोग: लम्बी परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र *



$I_{net} = n\ell I$ (जहाँ n = प्रति एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या, ℓ = लम्बाई)

ऐम्पियर के नियम से : $\oint_{PQRS} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{net}$

$$\int_{PQ} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_{QR} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_{RS} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_{SP} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0(n\ell I)$$

QR के लिए : $\theta = 90° \to 0$; RS के लिए : $B = 0$ (बाहर) $\to 0$; SP के लिए : $\theta = 90° \to 0$

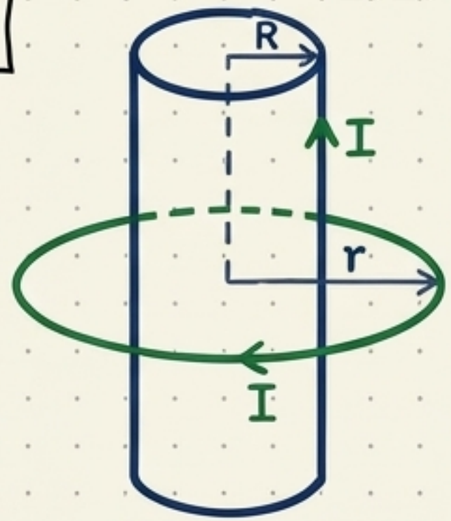
केवल PQ के लिए ($\theta = 0°$) : $B\int_{PQ} d\ell = \mu_0(n\ell I) \to B(\ell) = \mu_0 n\ell I$

$$\boxed{B = \mu_0 nI \text{ (परिनालिका के भीतर)}}$$

चूँकि $n = \frac{N}{\ell} \longrightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$

Note: किनारों (सिरों) पर चुं० क्षे० $B = \frac{\mu_0 nI}{2}$

* बेलनाकार धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र *



(a) बिन्दु P बाहर (r > R) :

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow \left[B \propto \frac{1}{r}\right]$$

(b) पृष्ठ पर (r = R) :

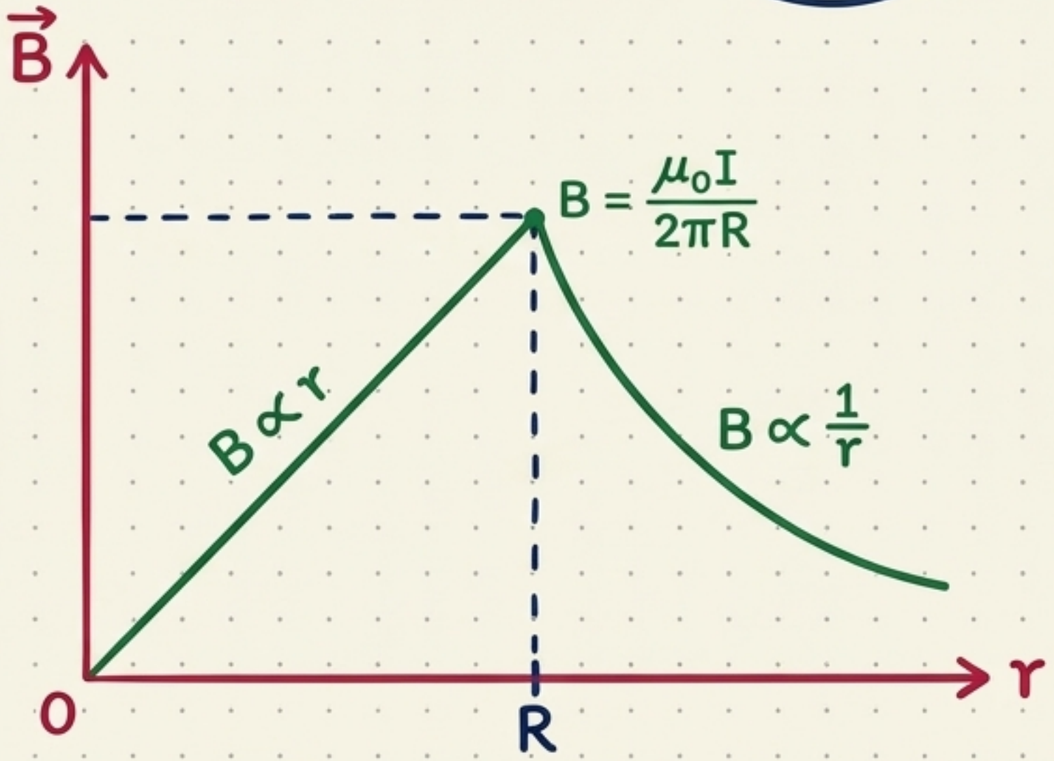
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \text{ (अधिकतम)}$$

(c) भीतरी बिन्दु पर (r < R) :

$$I_{net} = \frac{I}{\pi R^2} \times \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{I r^2}{R^2}\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \rightarrow [B \propto r]$$



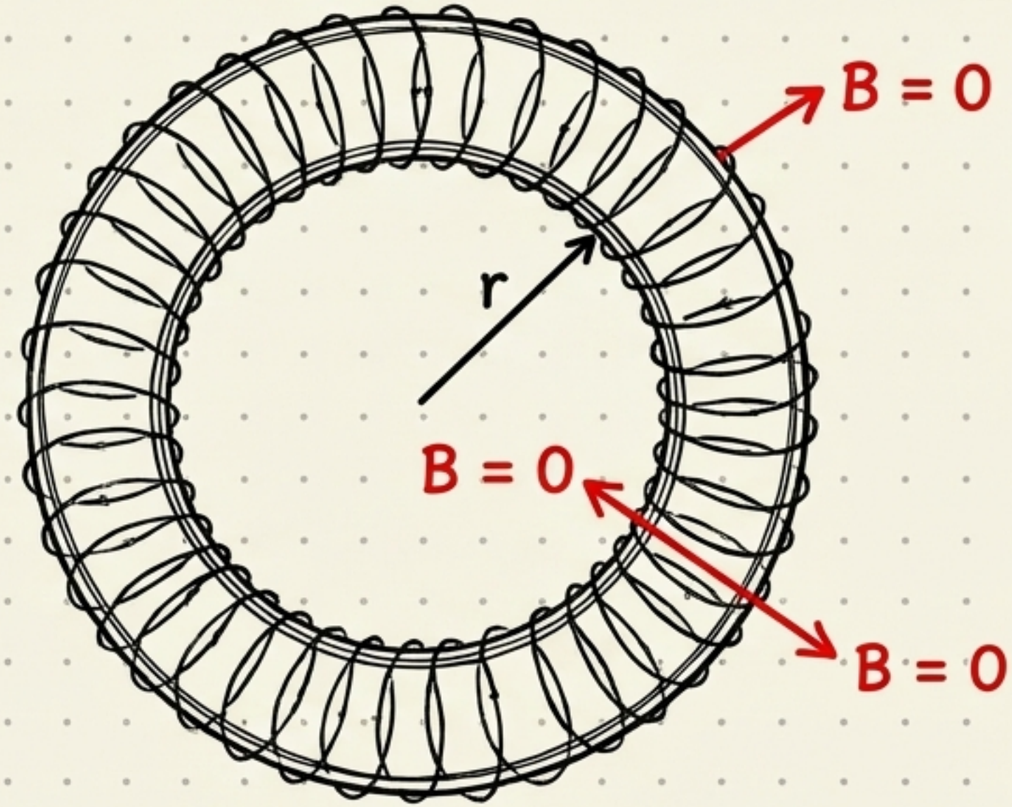
* ऐम्पियर नियम का अनुप्रयोग: टोरॉइड *

एक बन्द वलय के रूप में मोड़ी गई लम्बी परिनालिका को टोरॉइड कहते हैं।

टोरॉइड के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र: $B = \mu_0 n I$

यदि कुल फेरों की संख्या N हो, तब $B = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

जहाँ:
- B = अक्ष पर चुं० क्षेत्र
- N = कुल फेरे
- I = प्रवाहित धारा
- r = टोरॉइड की त्रिज्या

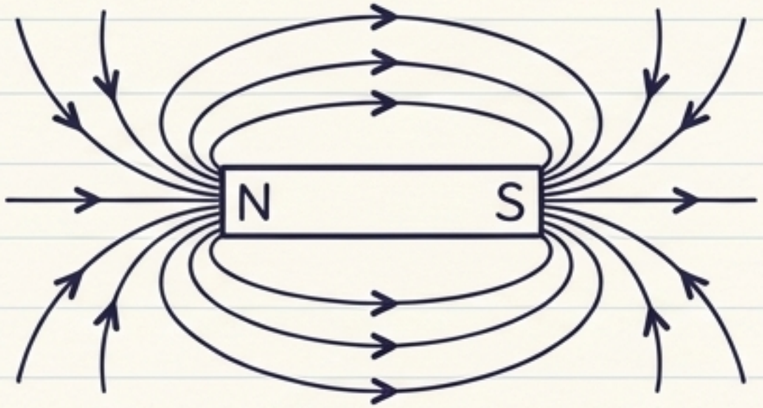


Crucial Insights

- टोरॉइड की कोर के बाहर सभी बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है।
- टोरॉइड द्वारा घिरे रिक्त स्थान में भी चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है।

* चुम्बकीय बल रेखाएँ *

चुम्बकीय बल रेखाएँ वे काल्पनिक रेखाएँ होती हैं जो वास्तविक चुम्बकीय क्षेत्र को प्रदर्शित करती हैं।

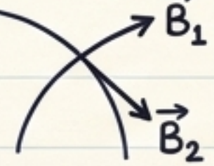


* चुम्बकीय बल रेखाओं के गुण *

1. चुम्बकीय बल रेखाओं की दिशा चुम्बक के **बाहर N से S** की ओर होती है और चुम्बक के **भीतर S से N** की ओर होती है।
2. चुम्बकीय बल रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गई **स्पर्श रेखा** उस बिन्दु पर **चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित** करेगी।



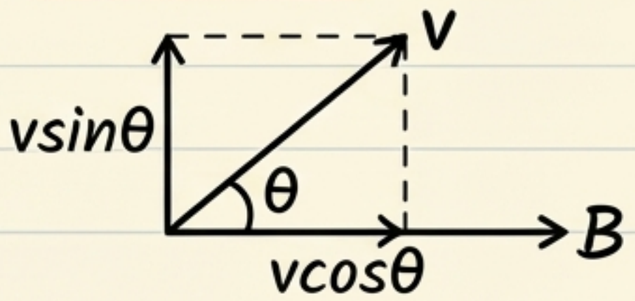
3. दो चुम्बकीय बल रेखाएँ **कभी भी एक दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं कर सकतीं**।



* यदि प्रतिच्छेद करेंगी तो उनके कटान बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ दो अलग-अलग चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करेंगी जो कि असम्भव है।

* एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण पर लगने वाला चुम्बकीय बल *

चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण पर एक बल कार्य करता है जिसे चुम्बकीय बल कहते हैं।



$F_m \propto q$
$F_m \propto v$
$F_m \propto B$
$F_m \propto \sin\theta$

$F_m \propto qvB\sin\theta$
$F_m = K\,qvB\sin\theta$
$F_m = K\,qvB\sin\theta$
$(K=1)$

$$F_m = qvB\sin\theta \qquad \vec{F_m} = q(\vec{v}\times\vec{B})$$

* लॉरेन्ज बल *

ऐसा स्थान जहाँ वैद्युत क्षेत्र तथा चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उपस्थित हों तब उस क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण पर लगने वाले कुल बल को लॉरेन्ज बल कहते हैं।

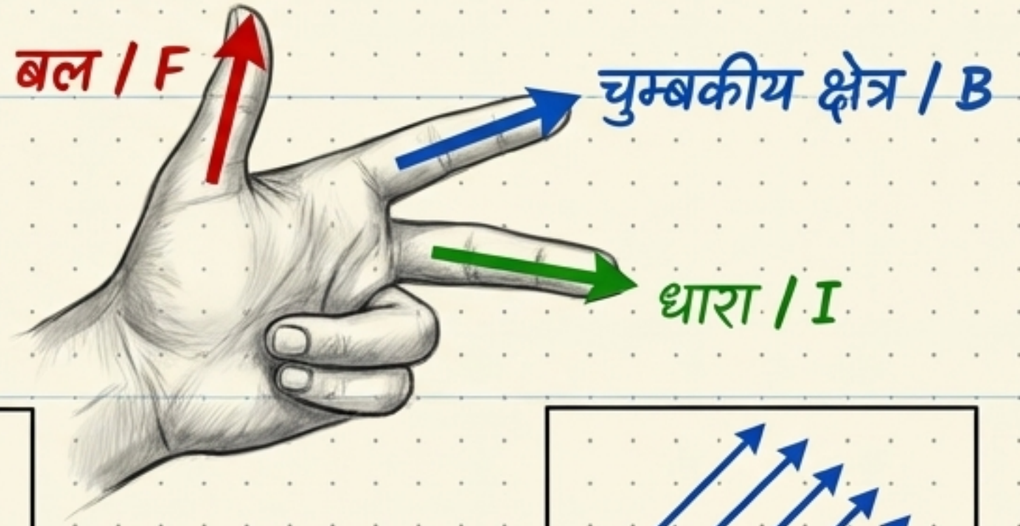
$$F = F_e + F_m \qquad F_e = qE \qquad F_m = q(\vec{v}\times\vec{B})$$

$$\vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v}\times\vec{B})]$$

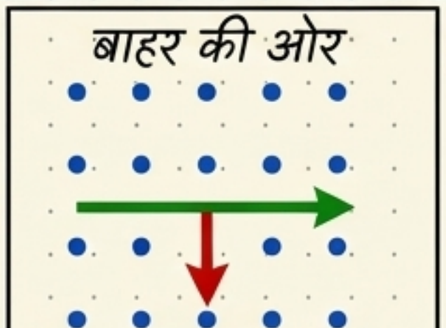
* चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर लगने वाले चुम्बकीय बल की दिशा *

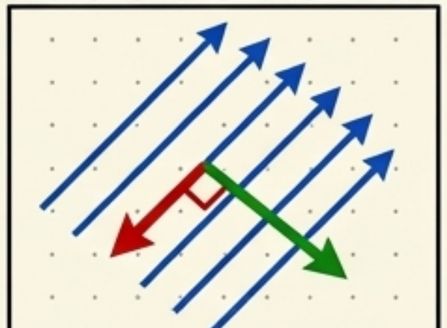
फ्लेमिंग के बायें हाथ का नियम

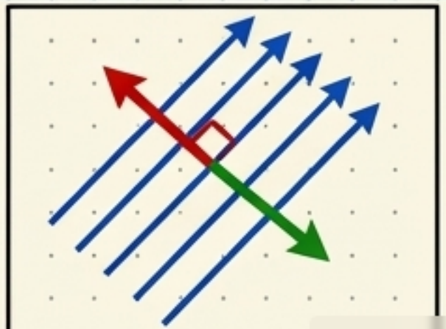
इस नियम के अनुसार बायें हाथ के अंगूठे और उसके पास वाली दोनों अंगुलियों को इस प्रकार फैलाते हैं कि तीनों एक-दूसरे के लम्बवत् हों और तर्जनी अंगुली चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में तथा मध्यमा अंगुली चालक में बहने वाली धारा की दिशा में हो तब अंगूठा धारावाही चालक पर लगने वाले चुम्बकीय बल की दिशा को प्रदर्शित करेगा।





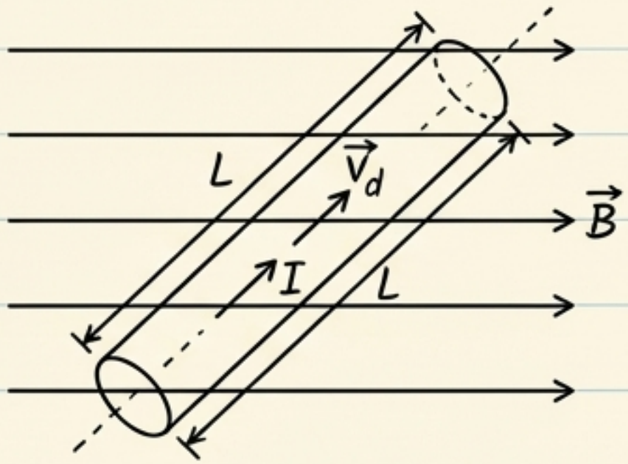






* एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर लगने वाला चुम्बकीय बल *

माना एकस्मान चुम्बकीय क्षेत्र में एक धारावाही चालक को θ कोण बनाते हुए रखा है, तथा चालक की लम्बाई L है और इसमें I धारा प्रवाहित हो रही है।



$F_m = qvB\sin\theta$
(एक इलेक्ट्रॉन पर बल)

Left Column

चालक के भीतर मुक्त इलेक्ट्रॉन पर बल: $F = q\,v_d\,B\,\sin\theta$

एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉन की संख्या = n

चालक का आयतन = AL

कुल मुक्त इलेक्ट्रॉन $N = nAL$

कुल आवेश $q = Ne \Rightarrow q = nALe$

Substitution

$F = (nALe)v_d\,B\,\sin\theta$

$F = (neAv_d)\,LB\,\sin\theta$

चूँकि $I = neAv_d$

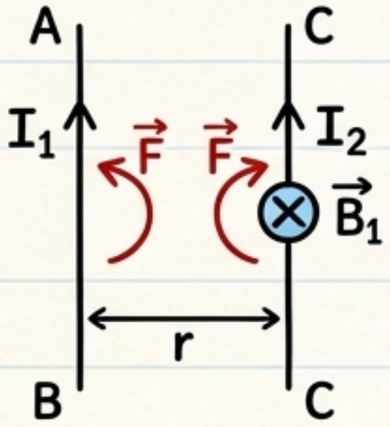
$$F = ILB\sin\theta$$

सदिश रूप में: $F = I(L \times B)$

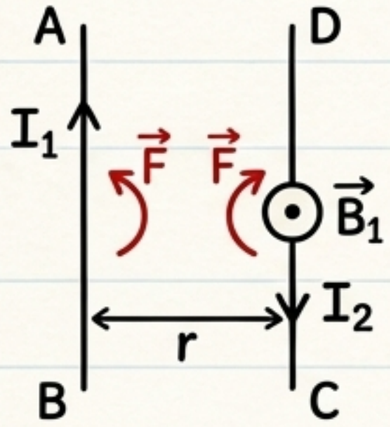
{ दो समान्तर धारावाही चालक तारों के बीच लगने वाला चुम्बकीय बल }

Visual Storyboard

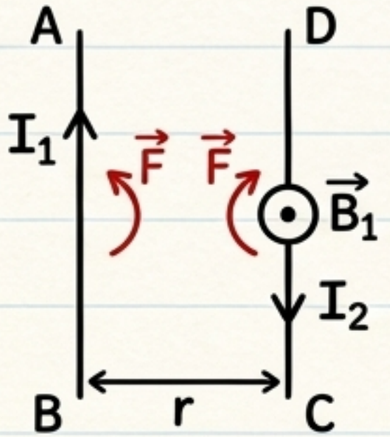
i)



ii)



ii)



विशेष स्थिति:

यदि $I_1 = I_2 = I$, तब

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} \text{ N/m}$$

Mathematical Flow

तार AB में I_1 धारा के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

B_1 के कारण CD तार की L लम्बाई पर लगने वाला बल:

$$F = I_2 L B_1 \sin\theta$$

$$\Rightarrow F = I_2 L \left[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\right] \sin 90°$$

$$\Rightarrow F = \left[\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\right] L \quad \text{(Newtons)}$$

अतः CD तार की प्रति एकांक लम्बाई पर चुम्बकीय बल:

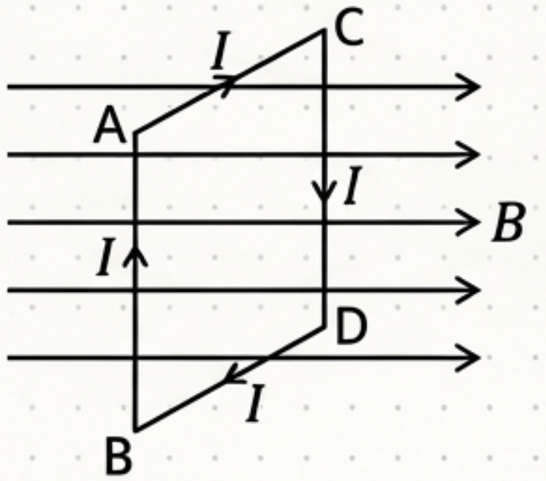
$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \text{ N/m}$$

* एकसमान बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में लूप या कुण्डली पर लगने वाला बल आघूर्ण *

लूप की भुजा AB पर बल: $F_1 = IlB\sin 90° = IlB\ (\otimes)$

लूप की भुजा CD पर बल: $F_3 = IlB\sin 90° = IlB\ (\odot)$

लूप की भुजा BC तथा DA पर बल: $F_2 = 0, F_4 = 0$



लम्बाई
AB=CD=ℓ

चौड़ाई
BC=AD=b

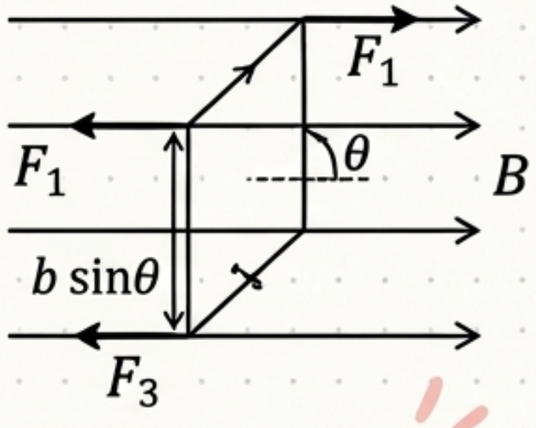
→ बल आघूर्ण (τ) = बल × लम्बवत् दूरी

$$\tau = IlB(b\sin\theta)$$

$$\tau = I(l \times b)B\sin\theta$$

Area
$A = l \times b$

$$\boxed{\tau = IAB\sin\theta}$$



- यदि कुण्डली में N फेरे हों : $\tau = NIAB\sin\theta$
- यदि कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् हो (θ=90°) : $\tau_{max} = NIAB$

चुम्बकीय द्विध्रुव: महत्वपूर्ण सूत्र

चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित दण्ड चुम्बक, धारा लूप अथवा कुण्डली का व्यवहार चुम्बकीय द्विध्रुव कहलाता है।

- **आघूर्ण (M):** M = NIA (सदिश राशि, दिशा S से N). मात्रक: ऐम्पियर-मीटर^2, विमा: [L^2 A]
- **बल आघूर्ण (Torque):** $\tau = MB\sin\theta$
- **स्थितिज ऊर्जा (PE):** $U_e = -MB\cos\theta$
- **किया गया कार्य (Work):** $W = MB(1-\cos\theta)$
- परिक्रमण करते इलेक्ट्रॉन का आघूर्ण: $M = \frac{evr}{2}$

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

अक्षीय स्थिति में (Axial):

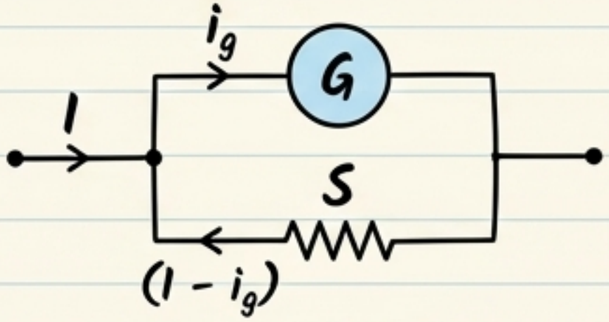
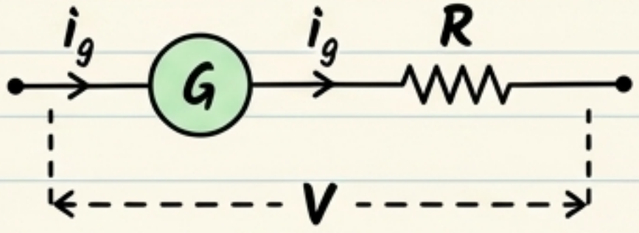
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{2M}{r^3}\right)$$

निरक्षीय स्थिति में (Equatorial):

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{M}{r^3}\right)$$

ध्यान दें: समान दूरी r के लिए, अक्षीय क्षेत्र निरक्षीय क्षेत्र का ठीक दोगुना होता है!

धारामापी का रूपान्तरण: अमीटर बनाम वोल्टमीटर

	अमीटर में रूपान्तरण	वोल्टमीटर में रूपान्तरण
परिपथ चित्र	 → अमीटर	 → वोल्टमीटर
संयोजन का तरीका	धारामापी के समान्तर क्रम (Parallel) में एक निम्न प्रतिरोध (शन्ट) जोड़ते हैं।	धारामापी के श्रेणीक्रम (Series) में एक उच्च प्रतिरोध जोड़ते हैं।
गणितीय सूत्र	$S = \left[\frac{i_g}{I - i_g}\right] \times G$	$R = \frac{V}{i_g} - G$
मुख्य विशेषता	एक आदर्श अमीटर का प्रतिरोध शून्य होना चाहिए।	एक आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होना चाहिए।

सुग्राहिता एवं यंत्रों की तुलना

सुग्राहिता (Sensitivity)

धारा सुग्राहिता (Current Sensitivity, I_s)

कुण्डली में प्रवाहित प्रति एकांक धारा के लिए उत्पन्न विक्षेप।

$$I_s = \frac{\varphi}{i} = \frac{NAB}{C}$$

C = मरोड़ दृढ़ता

वोल्टेज सुग्राहिता (Voltage Sensitivity, V_s)

कुण्डली के सिरों पर लगाए गए प्रति एकांक वोल्टेज के लिए उत्पन्न विक्षेप।

$$V_s = \frac{\varphi}{V} = \frac{\varphi}{iR} = \frac{NAB}{CR}$$

वैचारिक प्रश्न (Conceptual Questions)

प्रश्न: अमीटर तथा मिली-अमीटर में किसके शन्ट का प्रतिरोध अधिकतम होगा?

उत्तर: मिली-अमीटर के शन्ट का प्रतिरोध अधिक होगा, जिससे यन्त्र की कुण्डली में से गुजरने वाली धारा अधिक होगी।

प्रश्न: वोल्टमीटर तथा मिली-वोल्टमीटर में किसका प्रतिरोध कम होता है?

उत्तर: मिली-वोल्टमीटर का प्रतिरोध कम होता है क्योंकि इसमें श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध नहीं लगाया जाता।

बहुविकल्पीय प्रश्न – भाग 1

Q: एक वृत्ताकार लूप का पृष्ठ क्षेत्रफल A तथा प्रवाहित धारा I है। चुम्बकीय क्षेत्र B लूप के तल के लम्बवत् है। लूप पर लगने वाला बल-आघूर्ण है?

Ans: (a) चुम्बकीय क्षेत्र के कारण लूप में लगने वाला बल-आघूर्ण $\tau = BIA$

Q: निम्नलिखित में से किस मीटर का प्रतिरोध उच्चतम होगा? (अमीटर, गैल्वेनोमीटर, वोल्टमीटर, मिलीअमीटर)

Ans: (c) वोल्टमीटर।

कारण: वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है।

Q: 25 ओम प्रतिरोध का एक धारामापी 10 मिली ऐम्पियर की धारा के लिए पूर्ण स्केल विक्षेप देता है। इसे 100 वोल्ट परास के वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक श्रेणी प्रतिरोध है?

Ans: (a) 9.975 ओम।

Step

$$R = \frac{100}{10 \times 10^{-3}} - 25 = 10000 - 25 = 9975\ \Omega$$

Q: चुम्बकीय आघूर्ण का मात्रक है?

Ans: (c) ऐम्पियर-मीटर^2।

Step box

सूत्र : $M = \frac{\tau_{max}}{B} = \frac{N \cdot m}{N/(A \cdot m)} = A \cdot m^2$

बहुविकल्पीय प्रश्न – ज्यामिति परिवर्तन

Q5 l लम्बाई के एक स्टील तार का चुम्बकीय आघूर्ण M है। अर्द्ध-वृत्ताकार चाप में मोड़ा जाता है। नया आघूर्ण है?

(d) $2M/\pi$

$\ell = \pi r$, $M = m \times \ell \Rightarrow m = \frac{M}{\ell} = \frac{M}{\pi r}$

नया आघूर्ण $M' = m \times 2r$

$= \frac{M}{\pi r} \times 2r = \frac{2M}{\pi}$

Q6 l लम्बाई के चालक तार को वृत्ताकार लूप में मोड़ा जाता है तथा i धारा प्रवाहित की जाती है। चुम्बकीय आघूर्ण होगा?

(a) $il^2/4\pi$

$\ell = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{\ell}{2\pi}$

$M = iA = i(\pi r^2) = i\pi\left(\frac{\ell}{2\pi}\right)^2$

$= \frac{il^2}{4\pi}$

Q7 एक वृत्तीय धारा लूप का चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण M है। त्रिज्या आधी कर दी जाए (धारा समान), तब आघूर्ण होगा?

(c) $M/4$

$M = i\pi r^2$

नया $r' = \frac{r}{2}$

$M' = i\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{i\pi r^2}{4} = \frac{M}{4}$

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न – भाग 1

प्रश्न 1:
धारामापी में लोहे की क्रोड का क्या लाभ है?

उत्तर: इससे चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता बढ़ जाती है तथा बल रेखाएँ ध्रुव खण्डों के बीच केन्द्रीय बिन्दु की ओर हो जाती हैं।

प्रश्न 2:
चल कुण्डली धारामापी की कुण्डली क्यों घूमती है?

उत्तर: कुण्डली में धारा प्रवाहित करने पर एक बलयुग्म कार्य करता है, जिसके कारण कुण्डली घूमती है।

प्रश्न 3:
कारण सहित बताइए कि धारामापी अपने वास्तविक रूप में धारा नापने के लिए क्यों प्रयुक्त नहीं होता?

उत्तर: क्योंकि धारामापी की कुण्डली का प्रतिरोध बहुत अधिक होता है। इसलिए यह अधिकतम सम्भव विक्षेप के संगत सीमित धारा को ही नाप सकता है।

प्रश्न 4/5:
वोल्टमीटर परिपथ में किस क्रम में जुड़ता है और धारामापी को वोल्टमीटर में कैसे बदलें?

उत्तर: वोल्टमीटर समान्तर क्रम में जुड़ता है। इसे बनाने के लिए धारामापी के श्रेणीक्रम में उच्च मान का प्रतिरोध (शन्ट) लगाना होता है।

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न - भाग 2

प्रश्न 6: चुम्बकीय आघूर्ण सदिश राशि है अथवा अदिश राशि है?

उत्तर: चुम्बकीय आघूर्ण एक सदिश राशि है।

प्रश्न 7/8: चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का सूत्र? यदि R त्रिज्या में I धारा हो तो आघूर्ण क्या होगा?

उत्तर: सामान्य सूत्र: $M = NIA$ (जहाँ N=फेरे, I=धारा, A=क्षेत्रफल)। R त्रिज्या वाले लूप के लिए: $M = IA = I \times \pi R^2$.

प्रश्न 9: चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का मात्रक एवं विमा लिखिए।

उत्तर: मात्रक = ऐम्पियर × मीटर^2, विमा = $[L^2 A]$.

प्रश्न 10: चुम्बकीय द्विध्रुव के दो उदाहरण दीजिए।

उत्तर: धारा लूप, धारावाही कुण्डली तथा दण्ड-चुम्बक।

आंकिक प्रश्न – कुण्डली एवं धारामापी

प्रश्न 1 100 फेरों वाली तथा 15cm × 10cm क्षेत्रफल की कुण्डली 1 Wb/m^2 चुम्बकीय क्षेत्र में है। धारा 0.2 A है। कुण्डली का तल क्षेत्र के समान्तर है। बल-आघूर्ण?

दिया है (Given): $N = 100$

$i = 0.2\ A$

$B = 1.0\ Wb/m^2$

$A = 150 \times 10^{-4}\ m^2$

$\theta = 90°$ (समान्तर तल)

सूत्र : $\tau = NiAB\sin\theta$

$\tau = 100 \times 0.2 \times 150 \times 10^{-4} \times 1 \times \sin 90°$

उत्तर : 0.3 न्यूटन-मीटर

प्रश्न 2 100Ω धारामापी 5mA पर पूर्ण स्केल विक्षेप देता है। 10A अमीटर में कैसे बदलेंगे?

दिया है : $G = 100\Omega$

$i_g = 5 \times 10^{-3}\ A$

$I = 10A$

सूत्र : शन्ट $S = \left[\frac{i_g}{I - i_g}\right] \times G$

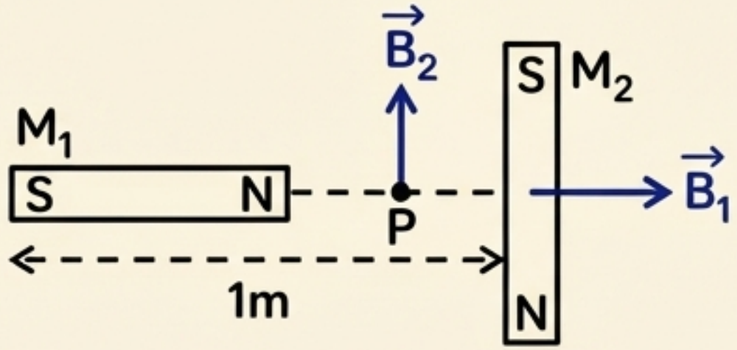
$S = \left[\frac{5 \times 10^{-3}}{10 - 0.005}\right] \times 100$

$S = \frac{0.5}{9.995}$

उत्तर : 0.05 ओम का शन्ट समान्तर क्रम में।

आंकिक प्रश्न - द्विध्रुव क्षेत्र तीव्रता

प्रश्न 9 : 1m की दूरी पर $0.5\ Am^2$ के दो द्विध्रुव लम्बवत् रखे हैं। मध्य बिन्दु P पर चुम्बकीय तीव्रता?



दिया है : $M_1 = M_2 = 0.5\ Am^2$, $r = 0.5m$ (P की दूरी)

$$B_1 \text{ (अक्षीय)} = 10^{-7} \times \frac{2M}{r^3} = 10^{-7} \times \left[\frac{2(0.5)}{(0.5)^3}\right] = 8 \times 10^{-7}\ T$$

$$B_2 \text{ (निरक्षीय)} = 10^{-7} \times \frac{M}{r^3} = 10^{-7} \times \left[\frac{0.5}{(0.5)^3}\right] = 4 \times 10^{-7}\ T$$

परिणामी $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$

$$B = 10^{-7}\sqrt{64 + 16}$$

$$\boxed{B = 8.94 \times 10^{-7}\ T}$$

प्रश्न 10: 10cm पर अक्षीय क्षेत्र 2×10^{-4} T है। 20cm पर निरक्षीय क्षेत्र?

$$2\times10^{-4} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{2M}{(0.1)^3}\right] \Rightarrow M = 1\ Am^2 \Rightarrow B' \text{ (निरक्षीय)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{M}{(0.2)^3}\right] = 0.125 \times 10^{-4}\ T$$